

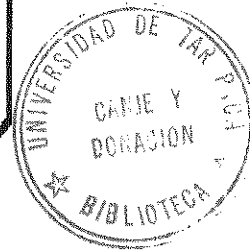
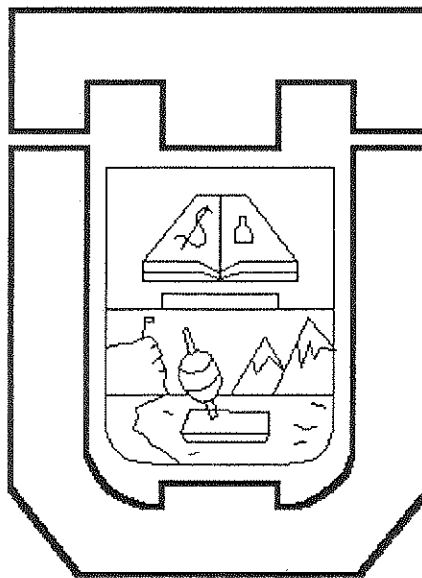
37746

621.384
F952e
2006
c.29

EJERCICIOS PROPUESTOS Y RESUELTOS DE ELECTROTECNIA Plan Común de Ingeniería

Enrique Fuentes H.

COPIA PRELIMINAR PARA EVALUACION
OCTAVO CONCURSO INTERNO CREACION INTELECTUAL
(D.E. N° 00.122/2005)



97045

Universidad de Tarapacá
Facultad de Ingeniería
Departamento de Electrónica

ARICA
2006

EJERCICIOS PROPUESTOS Y RESUELTOS DE ELECTROTECNIA

Plan Común de Ingeniería

Enrique Fuentes H.

Marzo 2006

Indice de Materias CONTENIDO

Pág.

Ejercicios Resueltos	1
Electrostática y Corriente Continua	2
Corriente Alterna – Parte I	27
Corriente Alterna – Parte II	48
Corriente Alterna – Parte III	60
Conversión Electromecánica – Máquinas de C.C.	68
Conversión Electromecánica – Máquinas de C.A.	72
Ejercicios Propuestos	78
Electrostática y Corriente Continua	79
Potencia Energía y Redes	81
Corriente Alterna	86
Sistemas Trifásicos	89
Máquinas Eléctricas	91
Apéndices	93
Unidades y Notación	94
Notación, Referencias y Leyes	96
Conceptos Básicos	98
Sistemas Corriente Alterna	102
Potencia Compleja	103
Sistemas Polifásicos	104
Programa Asignatura	105
Programa Detallado	108
Planificación del Curso	110

11-05-074
 1001
 Documento

Ejercicios Resueltos de Electrotecnia

Electrostática y Corriente Continua

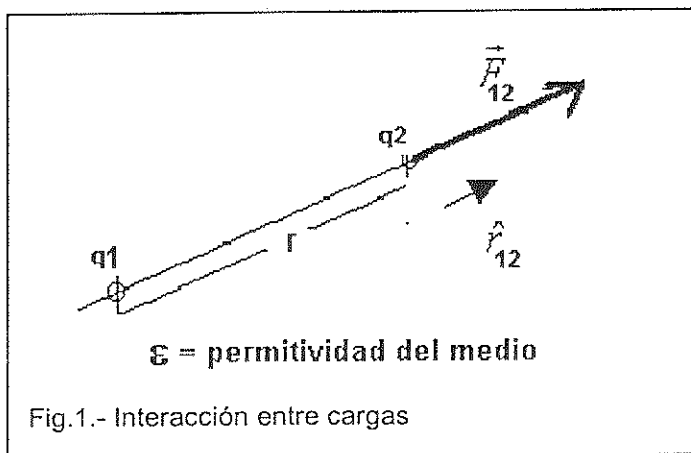
Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar
Enrique P. Fuentes
Universidad de Tarapacá
Marzo 2006

1.- Un tipo de interacción entre dos partículas cargadas eléctricamente, según el modelo de Coulomb, tiene la siguiente expresión:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad \text{ec.(1.1)}$$

1.1.- Ilustre (dibuje) la situación modelada por la ec. (1.1), identificando los elementos.



1.2.- Para la ec. (1.1), indique las respectivas unidades de medida en el S.I. y el significado de los símbolos que se indica:

Solución:

Simb.	Unidad S.I.	Descripción
q_1 q_2	C (Coulomb)	Cargas eléctricas que interactúan
r	m (metros)	Distancia entre las cargas que interactúan
\hat{r}_{12}	Adimensional	Vector unitario que proporciona la dirección y sentido de q_1 hacia q_2
ϵ	$N^{-1} \cdot m^{-2} \cdot C^2$	Permitividad del medio en que interactúan las cargas
\vec{F}_{12}	N (Newton)	Fuerza con que q_1 actúa sobre q_2

2.- Dos cargas puntuales iguales, q_1 y q_2 , de 0.001 [C] cada una, se encuentran fijas en el vacío, separadas por 1 milímetro. Determinar la fuerza en Newton con la cual actúa q_1 sobre q_2 . Especifique constantes y variables.

Solución:

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

Simb.	Descripción	Valor	Unidad S.I.
q_1, q_2	Cargas eléctricas que interactúan	0.001	C (Coulomb)
r	Distancia entre las cargas que interactúan	0.001	m (metros)
\hat{r}_{12}	Vector unitario que proporciona la dirección y sentido de q_1 hacia q_2	1	Adimensional
K	Constante de proporcionalidad que considera la permitividad del medio	9×10^9	N · m² · C⁻²
\vec{F}_{12}	Fuerza con la cual q_1 actúa sobre q_2	$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$	N

$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} = 9 \times 10^9 \times \frac{0.001 \times 0.001}{0.001 \times 0.001} \times 1 = 9 \times 10^9$ [N], sobre la recta que une a q_1 con q_2 , alejándose de q_1

NOTA: Las cargas son de igual signo, se repelen (tienden a apartarse)

3.- Una carga puntual q_1 de 0.05 [C] se encuentra en el vacío. Determinar la magnitud del campo eléctrico generado por esa carga a 1 metro de distancia de ella.

Solución

$$E = K \frac{q_1}{r^2}$$

Continúa

Simb.	Descripción	Valor	Unidad S.I.
q_1	Carga eléctrica que genera el campo	0.05	C (Coulomb)
r	Distancia a la carga que genera el campo	1.0	m (metros)
K	Constante de proporcionalidad que considera la permitividad del medio	9×10^9	$N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$
E	Magnitud del campo eléctrico generado por la carga q_1 a una distancia r de ella	$E = K \frac{q_1}{r^2}$	$N \cdot C^{-1}$

$E = K \frac{q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{0.05}{1 \times 1} = 4.5 \times 10^8 [N/C]$, magnitud de la intensidad de campo eléctrico generado por una carga de 0.05[C] a un metro de distancia de ella.

NOTA: $1[N/C] = 1[V/m]$

4.- Un agente externo (una fuente de energía eléctrica) realiza un trabajo ΔW de 0.1 [J] para trasladar una carga q_1 de 0.001 [C] entre dos puntos, desde A hasta B. Determinar la diferencia de potencial V_{AB} entre A y B

Solución

$$V_A - V_B = V_{AB} = \frac{\Delta W}{q_1}$$

Simb.	Descripción	Valor	Unidad S.I.
q_1	Carga eléctrica trasladada	0.001	C (Coulomb)
ΔW	Magnitud del trabajo realizado	1.0	J (Joule)
V_{AB}	Diferencia de potencial a través de la cual se trasladó la carga	$V_{AB} = \frac{\Delta W}{q_1}$	V (Volts)

$V_{AB} = \frac{\Delta W}{q_1} = \frac{1}{0.001} = 1000 [J/C] = 1000 [V]$, magnitud de la diferencia de potencial al ir del punto A al punto B, siendo el potencial de A 1000[V] mayor que el potencial de B.

5.- Un agente externo (una fuente de energía eléctrica) realiza un trabajo ΔW de -0.1 [J] para trasladar una carga q_1 de 0.001 [C] entre dos puntos, desde A hasta B.

Determinar la diferencia de potencial V_{AB} entre A y B

Solución

$$V_A - V_B = V_{AB} = \frac{\Delta W}{q_1}$$

Simb.	Descripción	Valor	Unidad S.I.
q_1	Carga eléctrica trasladada	0.001	C (Coulomb)
ΔW	Magnitud del trabajo realizado	-1.0	J (Joule)
V_{AB}	Diferencia de potencial a través de la cual se trasladó la carga	$V_{AB} = \frac{\Delta W}{q_1}$	V (Volts)

$$V_{AB} = \frac{\Delta W}{q_1} = \frac{-1}{0.001} = -1000[V], \text{ magnitud de la diferencia de potencial al ir de A a B}$$

NOTA: En este caso, el *trabajo negativo* corresponde a energía ganada por la carga positiva, que pasa de un punto de potencial A a otro B que es 1000 [V] mayor.

6.-La carga que fluye a través de un elemento es de 0.64 [C] cada 64 [ms]. ¿Cuál es la magnitud de la corriente en Ampere?

$$t = 64[ms] = 64 \cdot 10^{-3}[s]$$

$$i = \frac{dq}{dt}, \text{ en este caso, el flujo es constante, luego}$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{0.64}{64 \cdot 10^{-3}} = \frac{64 \cdot 10^{-2}}{64 \cdot 10^{-3}} = 10[A]$$

7.- Encontrar la diferencia de potencial entre dos puntos de un sistema eléctrico, si se consumen 60 [J] para mover una carga de 20 [C] entre estos dos puntos.

$1[V]$ = Trabajo de $1[J]$ para mover la carga de $1[C]$ entre dos puntos dentro de un campo eléctrico.

$$W = 60[J] \quad Q = 20[C] \quad \Rightarrow V = \frac{W}{Q} = \frac{60}{20} = 3[V]$$

8.- La corriente por un circuito varía según la expresión:

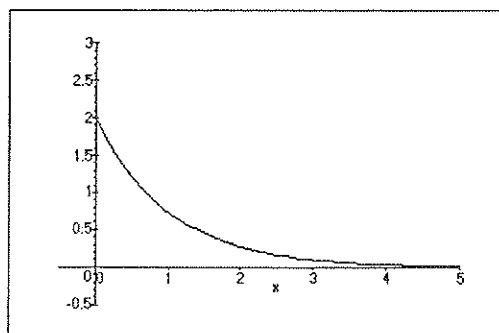
$$i(t) = 2e^{-t} \text{ [A] si } t > 0$$

$$i(t) = 0 \text{ [A] si } t < 0$$

8.1.- Dibujar $i(t)$ como función del tiempo.

$$i(t) = 0 \text{ si } t < 0$$

$$i(t) = 2e^{-t} \text{ [A] si } t \geq 0+$$



t [s]

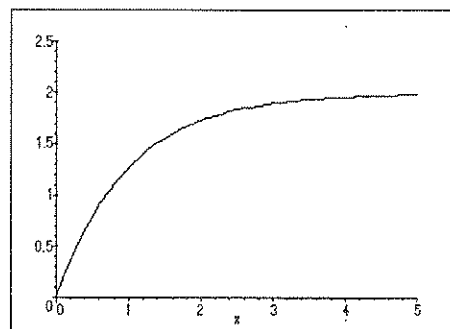
8.2.- Encontrar la expresión de la carga que pasa por el circuito en todo instante y dibujarla.

$$q = \int_{-\infty}^t idt = \int_{-\infty}^0 idt + \int_0^t idt$$

la primera integral es nula,

por lo tanto:

$$q(t) = \int_0^t 2e^{-t} dt = -2e^{-t} \Big|_0^t = -2[e^{-t} - 1] = 2[1 - e^{-t}]$$



t [s]

8.3.- Calcular la carga que pasa por el circuito el primer segundo y la total después de un tiempo muy largo.

Reemplazando por $t = 1$ s y $t \rightarrow \infty$, se tiene:

$$q(1) = 2[1 - e^{-1}] = 2[1 - 0.37] = 1.26 \text{ [C]}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = q(\infty) = 2[1 - e^{-\infty}] = 2 \text{ [C]}$$

9.- Determinar la energía necesaria para mover una carga de $50 \mu\text{C}$ a través de una diferencia de potencial de 6 V .

$$W = V \cdot Q \quad V = 6[\text{V}] \quad Q = 50[\mu\text{C}] = 50 \cdot 10^{-6} [\text{C}]$$

$$W = 6 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0.3 \cdot 10^{-3} [\text{J}] = 0.3 [\text{mJ}]$$

10.- Si la tensión aplicada y la corriente que circula por un sistema son :

$$v = -10 e^{-2t} [\text{V}], \quad i = -10 e^{-2t} [\text{A}]$$

10.1.- Determinar la expresión de la potencia entregada al sistema

$$P_a(t) = v \cdot i = (-10)e^{-2t}(-10)e^{-2t} = 100e^{-4t}$$

10.2.- Determinar la expresión de la energía suministrada en 2 segundos al sistema

$$W_a(2) = \int_0^2 p(t) dt = \int_0^2 100e^{-4t} dt = -400e^{-4t} \Big|_0^2 = -400[e^{-8} - 1] \cong 400 [\text{J}]$$

11.- En un circuito eléctrico hay cinco puntos entre los cuales se puede medir diferencias de potencial. Si se miden los cuatro voltajes indicados, para cada caso, calcular el voltaje V_{BC} :

$$V_{AB} = 5, \quad V_{DC} = 7, \quad V_{ED} = 8, \quad V_{AE} = 0$$

Observar que $V_{BA} = -5, \quad V_{CD} = -7, \quad V_{DE} = -8, \quad V_{EA} = 0$ y por lo tanto:

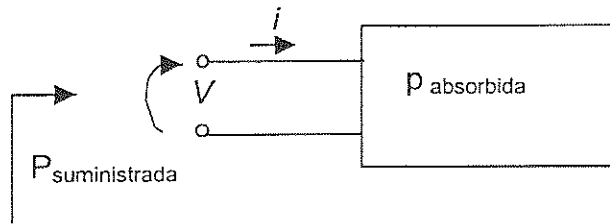
$$V_{BC} = \overset{\curvearrowright}{V_{BA}} + \overset{\curvearrowright}{V_{AE}} + \overset{\curvearrowright}{V_{ED}} + \overset{\curvearrowright}{V_{DC}} = -5 + 0 + 8 + 7 = 10 [\text{V}]$$

12.- Si la potencia absorbida por un elemento es de 30 W , encontrar la corriente para una caída de tensión de $V = -5 \text{ V}$

$$P = 30 [\text{W}] \quad V = -5 [\text{V}] \quad i = \frac{P}{V} = \frac{30}{-5} = -6 [\text{A}]$$

Interpretación: El signo menos en V indica que la referencia elegida no corresponde al sentido real de la diferencia de potencial. El signo menos en la corriente indica que el desplazamiento de las cargas positivas es en el sentido contrario al sentido de la referencia elegida.

El esquema representa los valores positivos para el caso de absorción de potencia.



Siempre que $v > 0$ sea asociado con $i > 0$, entonces $P > 0$

13.- Si la potencia absorbida por un elemento es -20W encontrar la corriente si $V = 5\text{ V}$

$$P = -20[\text{W}] \quad V = 5[\text{V}] \quad I = \frac{-20}{5} = -4[\text{A}]$$

Interpretación: En este caso, el dispositivo no absorbe energía, sino que la entrega. Por esta razón, la corriente es negativa, no es la asociada al voltaje.

14.- ¿Cuanta energía en kWh se requiere para alimentar, sin apagarla, una ampolla de 60 [W] durante un año?

$$P = 60[\text{W}] \quad t = 1 \text{ año} = 365 \text{ días} = 8760[\text{h}]$$

$$W = P \cdot t = 60 \cdot 8760 = 525600[\text{Wh}] = 525.6[\text{kWh}]$$

15.- ¿Cuanto tiempo (hr,min,seg) al día debería permanecer encendido un TV de 60 W para no consumir más de 4 kWh de energía en un mes de 30 días ?

$$60 \cdot 30 \cdot t = 4000[\text{Wh}] \quad t = \frac{4000}{1800} = 2.222 [\text{hr}] = 2 \text{ horas } 13 \text{ minutos } 20 \text{ segundos diarios}$$

16.- Si una resistencia consume 420 [J] en 7 minutos ¿Cuál es la magnitud de la potencia suministrada a la resistencia?

$$W = P \cdot t; \quad t = 7 \cdot 60 = 420 \text{ segundos} \quad P = \frac{W}{t} = \frac{420}{420} = 1[\text{W}]$$

17.- Por una resistencia de $10\text{ [}\Omega\text{]}$ circulan 300 [C] por un minuto (C/min).. ¿Cuánta potencia se disipa?

$$R = 10[\Omega]; \quad i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = 300 \left[\frac{\text{C}}{\text{min.}} \right] = 300 \left[\frac{\text{C}}{\text{min.}} \right] \cdot \frac{1}{60} \left[\frac{\text{min.}}{\text{seg.}} \right] = 5[\text{A}]$$

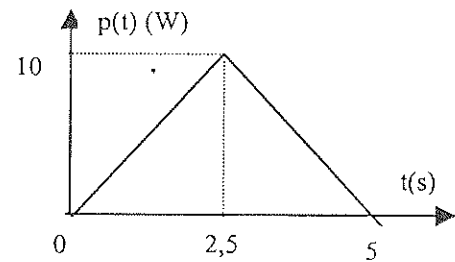
$$P = R \cdot i^2 = 10 \cdot 5^2 = 250[\text{W}]$$

18.- Si la potencia instantánea consumida por un dispositivo varía en el tiempo según la gráfica, determinar;

18.1.- La energía total consumida.

Corresponde al área bajo la curva de $p(t)$

$$\text{Energía total} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 = 25[\text{J}]$$



18.2.- El valor medio de la potencia para el intervalo de 0 – 5 seg.

Corresponde a la energía por segundo, es decir,

$$\bar{p} = \frac{\text{Energía durante el tiempo } T}{T} = \frac{25}{5} = 5[\text{W}]$$

19.- Se dispone de una batería alcalina de 1.5 [V] con una energía almacenada nominal de 150 [J]. ¿Cuántas horas funcionará una calculadora (alimentada por la batería) que consume una corriente de 2[mA]?

$$\begin{aligned} V &= 1.5[\text{V}] \quad W = 150[\text{J}] \quad i = 2[\text{mA}] = 2 \cdot 10^{-3}[\text{A}] \\ P &= v \cdot i = 1.5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-3}[\text{W}] = 3[\text{mW}] \\ P &= \frac{W}{t} \quad t = \frac{W}{P} = \frac{150}{3 \cdot 10^{-3}} = 50000[\text{s}] = 13.88[\text{Hr}] \end{aligned}$$

20.- Una batería de automóvil de 12 V se conecta de forma que proporciona potencia a los faros cuando el motor está detenido.

20.1.- Determine la potencia *entregada* por la batería si la corriente es de 1 A.

$$P = V \cdot i \quad ; \quad P = 12 \cdot 1 = 12[\text{W}] \text{ suministrados por la batería (o absorbidos por los faros)}$$

20.2.- Determine la potencia *absorbida* por los faros cuando la corriente es de 1 A.

$$P = V \cdot i \quad ; \quad P = 12 \cdot 1 = 12[\text{W}] \text{ suministrados por la batería (o absorbidos por los faros)}$$

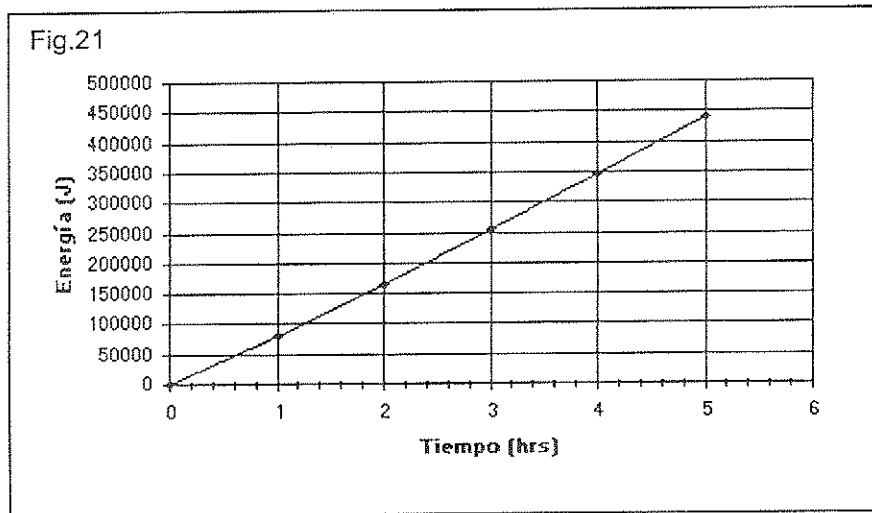
21.- La batería de un automóvil se carga con una corriente constante de 2 [A] durante 5 [h]. El voltaje en los terminales de la batería es $v(t) = 11 + 0,5 t$ [V] para $t > 0$, donde t está en horas. Determine la energía entregada a la batería durante las cinco horas y grafíquela.

$$\text{Energía} = \int P(t) dt = \int v(t) \cdot i(t) \cdot dt = \int [11 + 0.5t] \cdot [2] \cdot dt = \int [22 + t] dt = \int 22 dt + \int t dt = 22t + 0.5t^2$$

Se calcula la energía Wh y luego se transforma a Joule (1[Wh] = 3600[J])

t	tiempo	22·t	0.5t ²	22·t + 0.5·t ²	Wh·3600
horas	segundos	Wh	Wh	Wh	J
0	0	0	0	0	0
1	3600	22	0.5	22.5	81000
2	7200	44	2	46	165600
3	10800	66	4.5	70.5	253800
4	14400	88	8	96	345600
5	18000	110	12.5	122.5	441000

El gráfico que resulta es:



22.- Determinar la **energía necesaria en Joule** para mover una carga $Q = 100$ [mC] a través de una diferencia de potencial $V = +12$ [V].

$$W = Q \cdot V \quad , \quad W = 100 \cdot 10^{-3} \cdot 12 = 0.12 \text{ [J]}$$

23.- ¿Cuántos **minutos diarios**, debería estar funcionando un TV de 200[W], para consumir 5.6 [KWh] de energía **en una semana**?

$$W = P \cdot T, \quad 5600 \cdot 3600 = 200 \cdot 7 \cdot T \quad \implies \quad T = 240 \text{ min} = 4 \text{ hrs}$$

24.- Se dispone de una batería alcalina de $V_B = 9$ [V], con una energía inicial nominal almacenada $W_B = 2,43$ [J]. Suponiendo que el voltaje de la batería se mantiene constante, se pide:

24.1. - Determinar la carga almacenada de la batería, en Coulomb

$$W = Q \cdot V, \quad Q = W/V, \quad Q = 2.43/9 = 0.27 \text{ [C]} = 270 \text{ [mC]}$$

$Q_B = 0.27$	[C]
--------------	-----

24.2.- Determinar la capacidad de la batería en Ampere-horas

$$2.43 \text{ [J]} = 2.43 \text{ [W}\cdot\text{s]} = 2.43 \text{ [V}\cdot\text{I}\cdot\text{t]} \implies$$

$$Q_B = 2.43 / (9 \cdot 3600) = 0.000075 \text{ [Ah]}$$

$$Q_B = 75 \text{ [\mu Ah]}$$

$$Q_B = 75 \text{ [\mu Ah]}$$

24.3.- Si la batería alimenta a una calculadora, que consume una corriente de 2[μA]

¿Cuánto tiempo podrá funcionar, expresado en segundos?

$$W = V \cdot I \cdot t, \quad t = W / (V \cdot I) = 2.43 / (9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}) = 135000 \text{ [s]}$$

$$t = 135000 \text{ [s]}$$

24.4.- ¿Cuánto tiempo podrá funcionar, expresado en hr,min,s?

$$t \text{ (hrs)} = t \text{ (s)} / 3600, \quad t = 135000 / 3600 = 37.5 \text{ [hrs]}$$

$$0.5 \text{ [hrs]} = 0.5 \cdot 60 \text{ [min]} = 30 \text{ [min]}$$

$$t = 37 \text{ [h]} \quad 30 \text{ [min]}$$

25.- Un tubo de imagen de TV (cinescopio) tiene 40 cms de distancia entre la pantalla y el cañon electrónico. La diferencia de potencial entre el cañon y la pantalla es de 17 kV.

25.1.- Determinar la intensidad del campo eléctrico en kV/m en un punto cualquiera entre el cañon y el centro de la pantalla.

$$E = \frac{17000}{0.4} = 42500 \text{ [V/m]} = 42.5 \text{ [kV/m]}$$

$$R.: 42.5 \text{ [kV/m]}$$

25.2.- Determinar el trabajo en joules realizado por el campo eléctrico para llevar un electrón desde el cañon hasta la pantalla.

$$W = q \cdot V = 17 \times 10^3 \cdot 1.602 \times 10^{-19} = 27.234 \times 10^{-16} \text{ [J]}$$

$$R.: 2.7234 \times 10^{-15} \text{ [J]}$$

25.3.- ¿Cual es la energía cinética en joules ganada por el electrón, al llegar a la pantalla, si parte del reposo?

La energía ganada por el electrón es cinética, corresponde al trabajo realizado sobre ella por el campo eléctrico

$$R.: 2.7234 \times 10^{-15} \text{ [J]}$$

25.4.- ¿Con qué velocidad en m/s choca con el centro de la pantalla?

La energía potencial se convierte en energía cinética $e_c = \frac{1}{2}mv^2$

$$e_c = \frac{1}{2}m_e v^2 = 2.7234 \times 10^{-15}; \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot e_c}{m_e}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2.7234 \times 10^{-15}}{9.1 \times 10^{-31}}} = \sqrt{\frac{5.4468}{9.1} \cdot 10^{16}} = 10^8 \cdot \sqrt{0.5985}$$

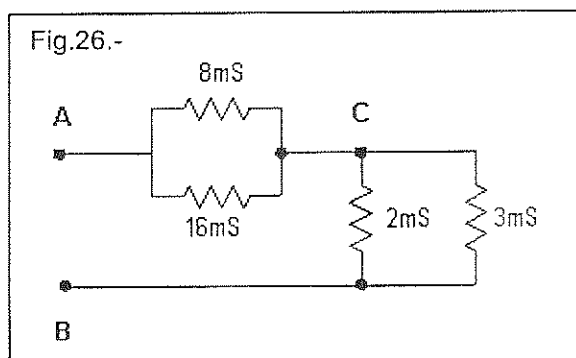
$$v = 7.736 \times 10^7 \text{ m/s}$$

R.: 7.736×10^7 [m/s]

26.- En el circuito de la Figura 26, se pide determinar:

26.1.- La conductancia equivalente entre los puntos A y C.

$$G_{AC} = 8 \text{ mS} + 16 \text{ mS} = \underline{24 \text{ mS}}$$



26.2.- La resistencia entre los puntos C y B.

$$G_{CB} = 2 \text{ mS} + 3 \text{ mS} = 5 \text{ mS}$$

$$R_{CB} = \frac{1}{5 \text{ mS}} = \frac{1000}{5} \Omega = 200 \Omega$$

26.3.- La resistencia equivalente entre A y B.

$$R_{AC} = \frac{1}{24 \text{ mS}} = \frac{1000}{24} \Omega = 41.67 \Omega$$

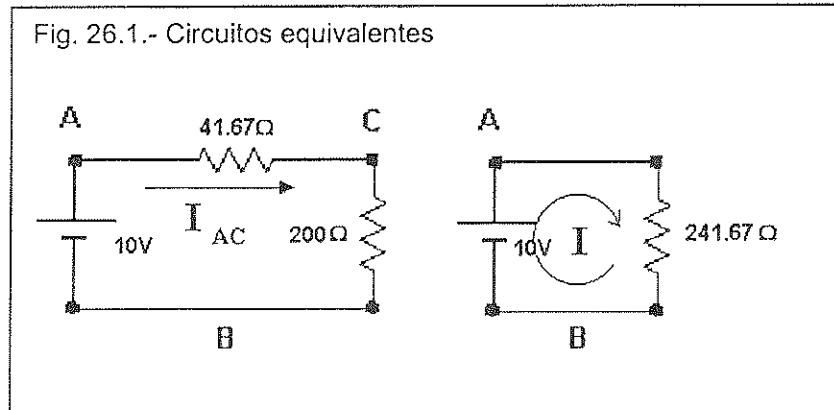
$$R_{CB} = \frac{1}{5 \text{ mS}} = \frac{1000}{5} \Omega = 200 \Omega$$

$$R_{AB} = R_{AC} + R_{CB} = 41.67 + 200 = \underline{241.67 \Omega}$$

26.4.- La tensión entre el nudo C y el nudo B, V_{CB} , si se aplica una tensión de 10 V entre A y B.

$$I_{AC} = \frac{V_{AB}}{R_{AB}} = \frac{10}{241.67} = 0.04138 [A] = 41.38 [mA]$$

$$V_{CB} = I_{AC} \cdot R_{CB} = 0.04138 \cdot 200 = \underline{8.28 \text{ V}}$$

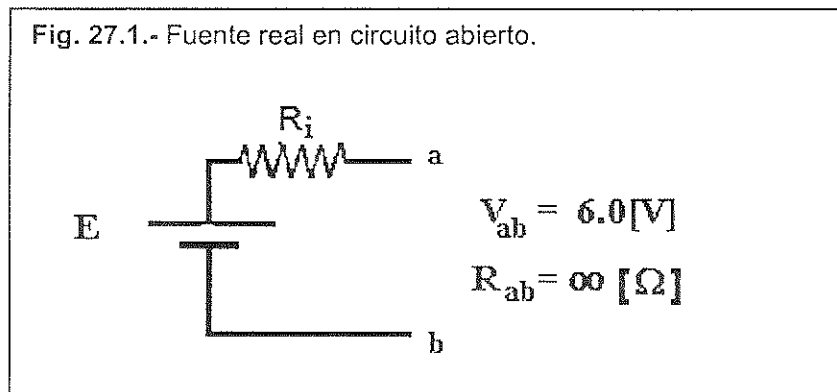


27.- Una fuente de tensión real, cuyos terminales de salida están marcados "a" y "b", presenta una tensión de 6.0 [V] cuando está en circuito abierto. Si se conecta una resistencia de 10 [Ω] entre "a" y "b", la tensión en ella es de 5.0 [V].

Lea todas las preguntas antes de proceder a realizar lo siguiente:

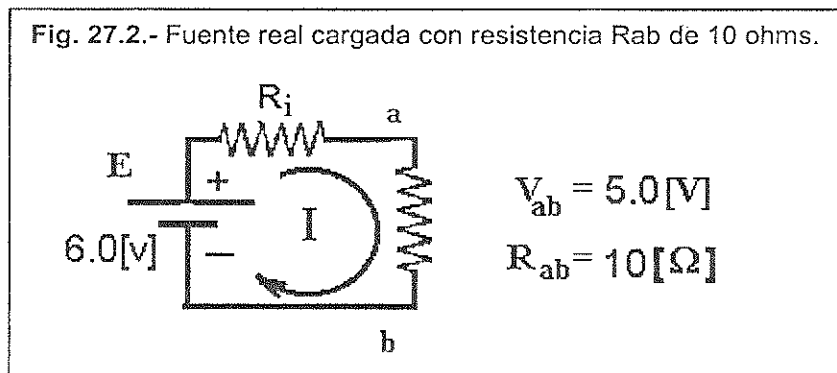
27.1.- Dibuje el sistema cuando la fuente real está en circuito abierto (nada conectado a ella). Identifique los elementos y las variables.

Fig. 27.1.- Fuente real en circuito abierto.



27.2.- Dibuje el sistema cuando la fuente real está conectada a la resistencia de 10 [Ω]. Identifique los elementos y las variables.

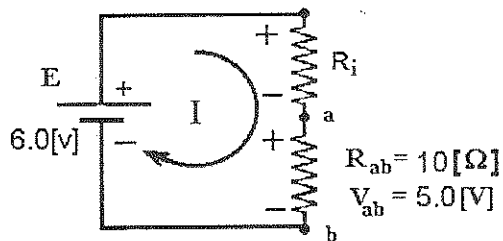
Fig. 27.2.- Fuente real cargada con resistencia Rab de 10 ohms.



27.3.- Calcule la corriente que circula por la resistencia de $10[\Omega]$.

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{R_{ab}} = \frac{5}{10} = 0.5[A]$$

Fig. 27.3.- (Fig. 27.2 redibujada)



23.4.- Determine los valores de los elementos: E = tensión de fuente ideal y Ri = resistencia de fuente, que constituyen la fuente real.

$$E = V_{Ri} + V_{Rab}$$

$$V_{Ri} = I \cdot Ri$$

$$I = I_{ab} = 0.5[A]$$

$$V_{Rab} = 5.0[V]$$

$$6.0 = 0.5 \cdot Ri + 5.0$$

$$Ri = \frac{1}{0.5} = 2.0[\Omega]$$

$$E = 6.0[V]$$

$$Ri = 2.0[\Omega]$$

28.- En el circuito de la figura 28, calcular i, v y la potencia absorbida por el elemento X desconocido, si la fuente de 100V suministra 300W.

Solución:

$$P_{E1} = E1 \cdot i$$

$$28.1.- i = \frac{P_{E1}}{E1} = \frac{300}{100} = 3[A]$$

$$28.2.- V_x = V_{10}$$

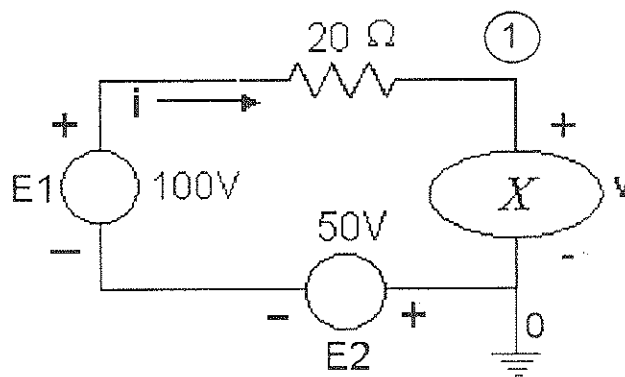
$$V_{10} = -50 + 100 - 3 \cdot 20$$

$$V_{10} = -10[V]$$

$$28.3.- P_x = i \cdot V_x$$

$$P_x = 3 \cdot -10 = -30[W]$$

Fig. 28



$$\text{Solución: } i = 3[A]$$

$$v = -10[V]$$

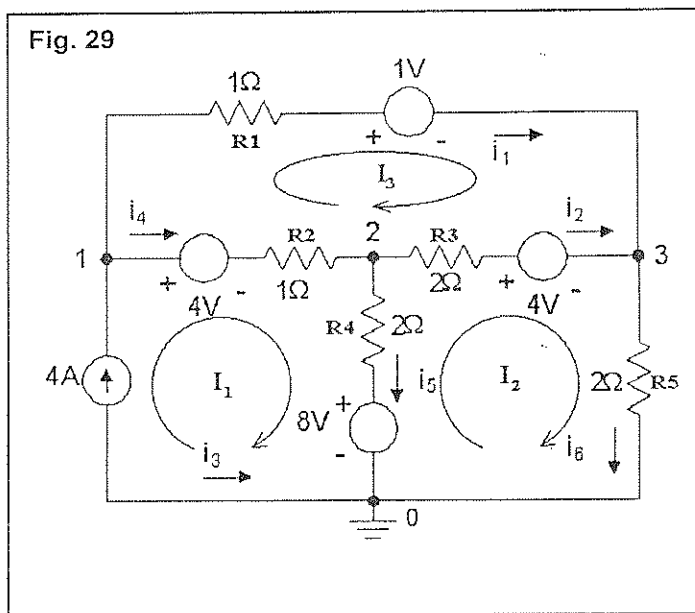
$$P_{ABS} = -30[W]$$

29.- En la red de la figura, determinar:

29.1.- las corrientes de rama indicadas.

29.2.- los potenciales de nudos 1, 2 y 3.

29.3.- la potencia absorbida por cada resistencia.



Solución

Resolviendo por método de mallas

$$\begin{aligned} \text{m1: } I_1 &= 4 \\ \text{m2: } -2I_1 + 6I_2 - 2I_3 &= 8 - 4 \\ \text{m3: } -I_1 - 2I_2 + 4I_3 &= 4 + 4 - 1 \end{aligned}$$

Ordenando y reemplazando : $I_1 = 4$:

$$\left. \begin{aligned} 6I_2 - 2I_3 &= 12 \\ -2I_2 + 4I_3 &= 11 \end{aligned} \right\} \text{Resolviendo se tiene: } I_2 = 3.5, I_3 = 4.5$$

29.1.- Corrientes de rama

$$\begin{aligned} i_1 = I_3 &= 4.5 \text{ [A]}; i_2 = I_2 - I_3 = -1.0 \text{ [A]}; i_3 = -I_1 = -4.0 \text{ [A]}; \\ i_4 = I_1 - I_3 &= -0.5 \text{ [A]}; i_5 = I_1 - I_2 = 0.5 \text{ [A]}; i_6 = I_2 = 3.5 \text{ [A]} \end{aligned}$$

29.2.- Tensiones de nudo

$$\begin{aligned} V_{30} &= 2 \cdot i_6 = 7.0 \text{ [V]} \\ V_{20} &= 8 + 2 \cdot i_5 = 9.0 \text{ [V]} \\ V_{10} &= V_{12} + V_{20} = 4 + 1i_4 + 9 = 12.5 \text{ [V]} \end{aligned}$$

29.3.- Potencias en las resistencias

$$\begin{aligned} P_{R1} = i_1^2 R1 &= 20.25 \text{ [W]}; P_{R2} = i_4^2 R2 = 0.25 \text{ [W]}; P_{R3} = i_2^2 R3 = 2.0 \text{ [W]}; \\ P_{R4} = i_5^2 R4 &= 0.5 \text{ [W]}; P_{R5} = i_6^2 R5 = 24.5 \text{ [W]} \end{aligned}$$

Observación:

Para calcular el TOTAL de la potencia absorbida por las resistencias, puede resultar más corto el determinar el *total neto* de la potencia suministrada por las fuentes:

$$\text{Sumando las 5 potencias de 29.3 resulta } P_{\text{TOTAL}} = 47.5 \text{ [W]}$$

Las potencias suministradas por las fuentes son:

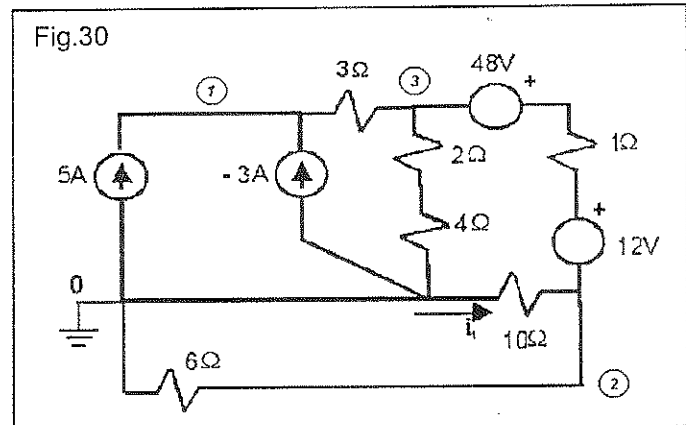
$$P_{\text{SUM}} = 1 \cdot -i_1 + 4 \cdot -i_4 + 4 \cdot -i_2 + 8 \cdot -i_5 + 4 \cdot V_{10} = -4.5 + 2.0 + 4.0 - 4.0 + 50 = \underline{47.5[\text{W}]}$$

30.- En el circuito de la figura, encontrar:

30.1.- La potencia suministrada por la fuente de 5 A

30.2.- La potencia absorbida por la fuente de -3 A.

30.3.- La potencia absorbida por la resistencia de 10 Ω.



Análisis:

$$P_{\text{SUM}5\text{A}} = 5 \cdot V_{10}$$

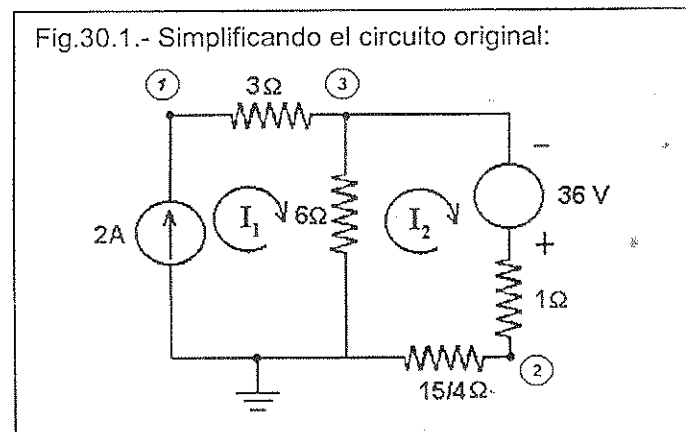
$$P_{\text{ABS} -3\text{A}} = -(-3) \cdot V_{10} = 3 \cdot V_{10}$$

$$P_{10\Omega} = (V_{20})^2 / 10$$

En la Fig.30.1.:

$$m1: I_1 = 2$$

$$m2: -I_1 \cdot 6 + I_2 \cdot (6 + 1 + 15/4) = 36$$



Resolviendo:

$$43/4 I_2 = 36 + 12$$

$$I_2 = \frac{48 \cdot 4}{43} = 4.465[\text{A}]$$

$$V_{20} = \frac{15}{4} \cdot I_2 = \frac{15}{4} \cdot \frac{192}{43} = 16.744[\text{V}]$$

$$V_{10} = V_{13} + V_{30} = 3 \cdot I_1 + 6 \cdot (I_1 - I_2)$$

$$V_{10} = 6 + 6(2 - 4.465) = 6 - 14.79 = -8.79[\text{V}]$$

Resultados:

$$P_{\text{SUM}5\text{A}} = 5 \cdot V_{10} = -43.95[\text{W}]$$

$$P_{\text{ABS} -3\text{A}} = -(-3) \cdot V_{10} = 3 \cdot V_{10} = 3 \cdot -8.79 = -26.37[\text{W}]$$

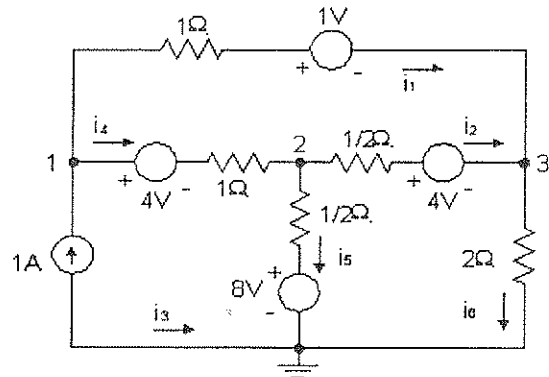
$$P_{10\Omega} = (V_{20})^2 / 10 = (16.744)^2 / 10 = 28.04[\text{W}]$$

31.- En la red de la fig.31, determinar:

31.1.- Las corrientes de rama indicadas

31.2.- Los potenciales de nudos 1,2 y 3

Fig. 31



Escribiendo las ecuaciones correspondientes a la aplicación de la Ley de Kirchoff de corrientes:

$$N1: \frac{V_1 - V_2}{1} + \frac{V_1 - V_3}{1} = 1 + 4 + 1;$$

$$N2: \frac{V_2 - V_1}{1} + \frac{V_2 - V_3}{0.5} + \frac{V_2}{0.5} = 16 + 8 - 4$$

$$N3: \frac{V_3 - V_1}{1} + \frac{V_3 - V_2}{0.5} + \frac{V_3}{2} = -8 - 1$$

$$2V_1 - V_2 - V_3 = 6$$

$$-V_1 + 5V_2 - 2V_3 = 20$$

$$-V_1 - 2V_2 + 3.5V_3 = -9$$

Resolviendo el sistema, se tiene la respuesta para el punto 31.2

$$V1 = 8.8276$$

$$V2 = 7.4483$$

$$V3 = 4.2069$$

Voltaje	Valor	Unidad
V_1	= 8.83	[V]
V_2	= 7.45	[V]
V_3	= 4.21	[V]

Calculando las corrientes de rama se tiene la respuesta para el punto 31.1:

$$I_1 = \frac{V_{13} - 1}{1} = \frac{V_1 - V_3 - 1}{1} = 3.62[A]$$

$$I_2 = \frac{V_{23} - 4}{0.5} = \frac{V_2 - V_3 - 4}{0.5} = -1.517[A]$$

$$I_3 = -1[A] \text{ (Directo del circuito dado)}$$

$$I_4 = \frac{V_{12} - 4}{1} = \frac{V_1 - V_2 - 4}{1} = -2.62[A]$$

$$I_5 = \frac{V_2 - 8}{0.5} = -1.1[A]$$

$$I_6 = \frac{V_3}{2} = 2.1[A]$$

Corriente	Valor	Unidad
I_1	= 3.62	[A]
I_2	= -1.52	[A]
I_3	= -1.00	[A]
I_4	= -2.62	[A]
I_5	= -1.10	[A]
I_6	= 2.10	[A]

32.- En la red de la figura, determinar:

32.1.- Corrientes de rama, identificadas con letras minúsculas.

32.2.- Potenciales de nudos 1, 2 y 3.

32.3.- Potencia absorbida por cada resistencia.

32.4.- Potencia absorbida por el total de las resistencias

Solución:

Por método de mallas

$$m1: I_1 = 4$$

$$m2: -2I_1 + 6I_2 - 2I_3 = 8 - 4$$

$$m3: -I_1 - 2I_2 + 4I_3 = 4 + 4 - 1$$

Ordenando y reemplazando $I_1 = 4$:

$$\left. \begin{array}{l} 6I_2 - 2I_3 = 12 \\ -2I_2 + 4I_3 = 11 \end{array} \right\} \text{Resolviendo se tiene: } I_2 = 3.5, I_3 = 4.5$$

(a) Corrientes de rama

$$i_1 = I_3 = 4.5 \text{ [A]}; i_2 = I_2 - I_3 = -1.0 \text{ [A]}; i_3 = -I_1 = -4.0 \text{ [A]};$$

$$i_4 = I_1 - I_3 = -0.5 \text{ [A]}; i_5 = I_1 - I_2 = 0.5 \text{ [A]}; i_6 = I_2 = 3.5 \text{ [A]}$$

(b) Tensiones de nudo

$$V_{30} = 2 \cdot i_6 = 7.0 \text{ [V]}$$

$$V_{20} = 8 + 2 \cdot i_5 = 9.0 \text{ [V]}$$

$$V_{10} = V_{12} + V_{20} = 4 + 1i_4 + 9 = 12.5 \text{ [V]}$$

(c) Potencias en las resistencias

$$P_{R1} = i_1^2 R1 = 20.25 \text{ [W]}; P_{R2} = i_4^2 R2 = 0.25 \text{ [W]}; P_{R3} = i_2^2 R3 = 2.0 \text{ [W]}$$

$$P_{R4} = i_5^2 R4 = 0.5 \text{ [W]}; P_{R5} = i_6^2 R5 = 24.5 \text{ [W]}$$

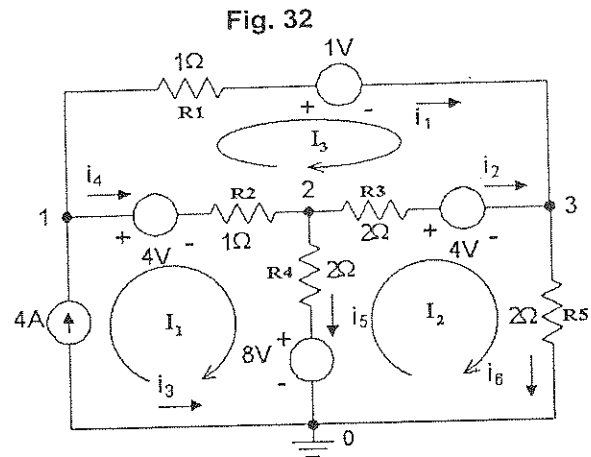
Observación:

Para calcular el TOTAL de la potencia absorbida por las resistencias, puede resultar más corto el determinar el total neto de la potencia suministrada por las fuentes:

Sumando las 5 potencias de (c) resulta $P_{TOTAL} = 47.5 \text{ [W]}$

Las potencias suministradas por las fuentes son:

$$P_{SUM} = 1 \cdot -i_1 + 4 \cdot -i_4 + 4 \cdot -i_2 + 8 \cdot -i_5 + 4 \cdot V_{10} = -4.5 + 2.0 + 4.0 - 4.0 + 50 = 47.5 \text{ [W]}$$



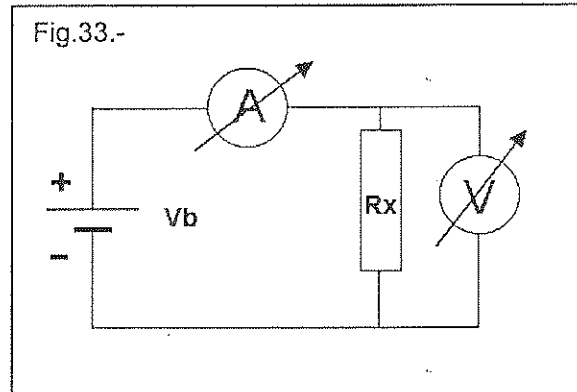
33.- Para determinar el valor de la resistencia R_x se ha empleado el circuito de la Figura 33 ==>

La fuente V_b es una batería ideal cuya tensión debe determinarse, el voltmetro V tiene resistencia interna $R_v = 1000\Omega$.

El ampermetro A tiene una resistencia interna $R_a = 1\Omega$.

Las lecturas son las siguientes:

$$A = 200 \text{ mA} , V = 100 \text{ V}$$

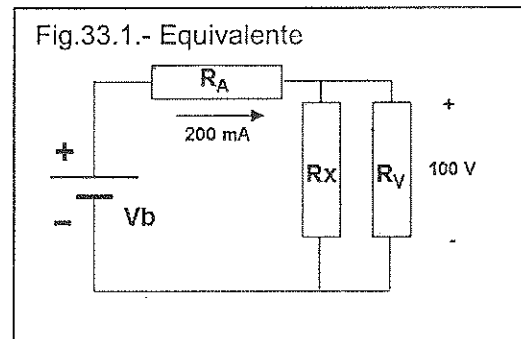


33.1.- ¿Cual es el valor calculado de R_x , si se consideran A y V instrumentos ideales?

Designe este valor como R_m .

$$R_m = \frac{V}{A} = \frac{100}{0.2} = 500\Omega$$

33.2.- ¿Cual es el valor exacto calculado de R_x , si se consideran A y V instrumentos reales ? Designe este valor como R_x .



Sea R_{eq} el equivalente del paralelo $R_x//R_v$:

$$R_{eq} \cdot I = \frac{R_x \cdot R_v}{R_x + R_v} \cdot 0.2 = 100 ; R_{eq} = 500$$

$$500 = \frac{R_x \cdot 1000}{R_x + 1000} ; 500R_x + 500000 = 1000R_x$$

$$R_x = 1000\Omega$$

33.3.- ¿Cual es el error porcentual $E\% = \frac{R_m - R_x}{R_m} \times 100$?

$$E\% = \frac{500 - 1000}{500} \times 100 = -100\%$$

33.4.- ¿Cual es el valor de la tensión V_b ?

$$V_b = I \cdot R_A + 100 = 0.2 \cdot 1 + 100 = 100.2[V]$$

34.- En la Fig. 34, la fuente de 120 [V] suministra 864[kJ] cada hora.

34.1.- Determinar la corriente constante i , como se muestra en la figura, que circula en el lazo.

La energía cedida en 1 hora es $E_b = V \cdot i \cdot t = 864000[J]$

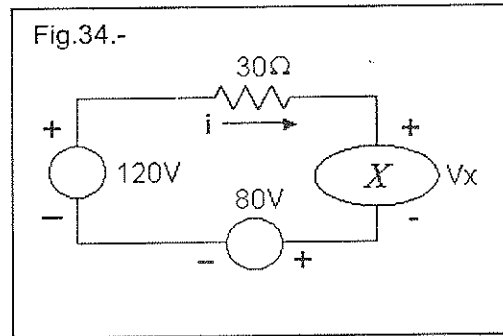
$$i = \frac{Q}{T} = \frac{864000}{120 \cdot 3600} = 2[A]$$

34.2.- Tarje lo que NO corresponde en el recuadro. Las tres selecciones deben ser correctas para obtener puntaje.

- La corriente calculada es positiva ==> sentido correcto

$$V_x + 80 + 2 \cdot 30 = 120 \implies V_x = -20[V]$$

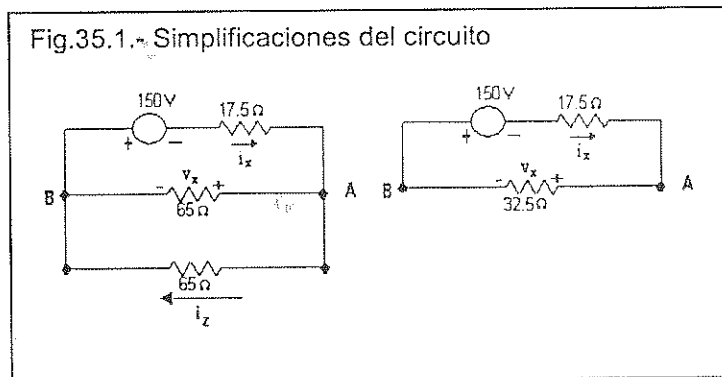
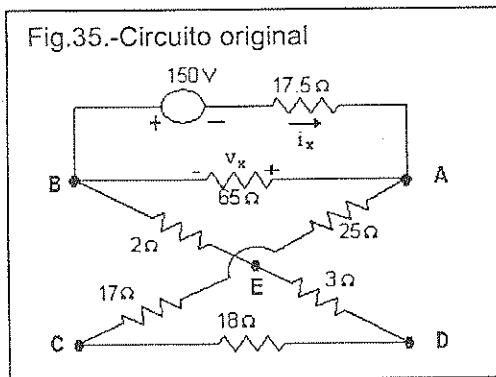
- La tensión V_x es valor negativo ==> La corriente por V_x sale del positivo real, lo cual significa que el elemento suministra potencia



El elemento cuya tensión es V_x ~~absorbe~~ / suministra energía, porque V_x es un valor negativo / ~~positivo~~ y la corriente i se muestra en el sentido correcto / ~~incorrecto~~.

35.- En el circuito mostrado en la Fig. 35, determinar

V_{CD}, V_x e i_x



$$i_x = -\frac{150}{50} = -3[A];$$

$$V_x = i_x \cdot 32.5 = -3 \cdot 32.5 = -97.5[V]$$

$$V_{CD} = i_z \cdot R_{CD}; \quad i_z = \frac{i_x}{2} = -1.5A; R_{CD} = 18\Omega$$

$$\implies V_{CD} = -27[V]$$

$$\begin{aligned} V_{CD} &= -27.0 [V] \\ V_x &= -97.5 [V] \\ i_x &= -3.0 [A] \end{aligned}$$

36.- En la Fig.36, escriba una expresión en términos de R, Vb y/o Ib para V2, V1 y V3

36.1.- Solución para V2

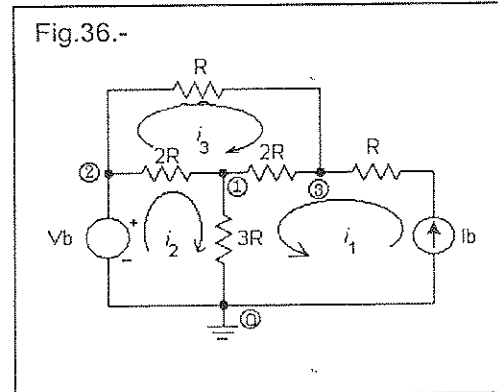
Directamente $V_2 = V_b$

$$V_2 = V_b$$

36.2.- Solución para V1

Resolviendo por el método de mallas: (Fig.32)

$$\begin{aligned} i_1 &= I_b & (1) \\ 3R i_1 + 5R i_2 - 2R i_3 &= V_b & (2) \\ 2R i_1 - 2R i_2 + 5R i_3 &= 0 & (3) \end{aligned}$$



Resolviendo *no sistemáticamente*, ecs. (2) – (3): $R i_1 + 7R i_2 - 7R i_3 = V_b$
y trabajando la ecuación resultante, se despeja i_2-i_3 , obteniendo la ec. (4)

$$7R (i_2 - i_3) = V_b - R I_b \implies (i_2 - i_3) = \frac{V_b}{7R} - \frac{I_b}{7} \quad (4)$$

$$V_1 = V_b - (i_2 - i_3) \cdot 2R = V_b - \frac{2}{7} V_b + \frac{2}{7} R \cdot I_b = \frac{5}{7} V_b + \frac{2}{7} R \cdot I_b$$

$$V_1 = \frac{5}{7} V_b + \frac{2}{7} R \cdot I_b$$

36.3.- Solución para V3

$$V_1 = 3R (I_b + i_2) = \frac{5}{7} V_b + \frac{2}{7} R \cdot I_b, \quad 3R i_2 = \frac{5}{7} V_b + \frac{2}{7} R \cdot I_b - 3R I_b$$

$$i_2 = \frac{5 \cdot V_b}{7 \cdot 3R} + \frac{2 \cdot R \cdot I_b}{7 \cdot 3 \cdot R} - I_b = \frac{5 \cdot V_b}{21 \cdot R} - \frac{19}{21} I_b; \quad \text{pero } (i_2 - i_3) = \frac{V_b}{7R} - \frac{I_b}{7}$$

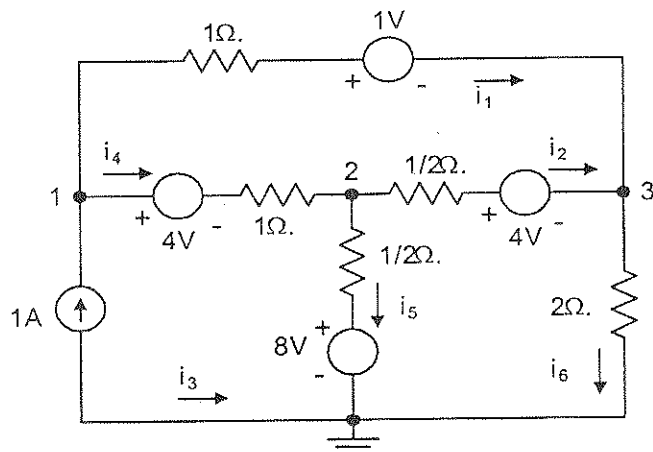
$$\frac{5}{21} V_b / R - \frac{19}{21} I_b - i_3 = \frac{1}{7} V_b / R - \frac{1}{7} I_b; \quad -i_3 = \left(\frac{1}{7} - \frac{5}{21}\right) V_b / R + \left(\frac{-1}{7} + \frac{19}{21}\right) I_b$$

$$-i_3 = -\frac{2}{21} V_b / R + \frac{16}{21} I_b; \implies, \quad V_3 = V_2 - i_3 \cdot R = V_b - \frac{2}{21} V_b + \frac{16}{21} I_b \cdot R$$

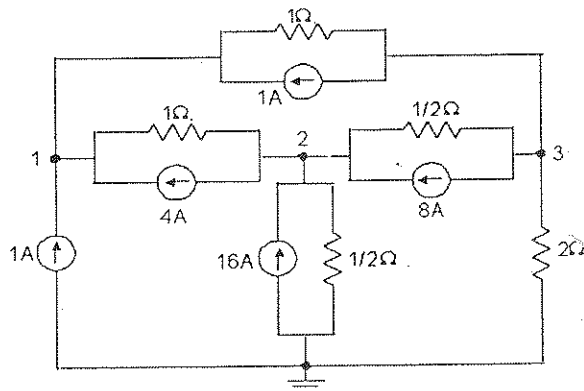
$$V_3 = \frac{19}{21} V_b + \frac{16}{21} I_b \cdot R$$

$$V_3 = \frac{19}{21} V_b + \frac{16}{21} I_b \cdot R$$

- 37.- En la red de la figura determinar :
 37.1.- las corrientes de rama indicadas.
 37.2.- los potenciales de nudos 1, 2 y 3.



Solución mediante el método de potenciales de nudo.
 Transformando las fuentes reales de tensión en fuentes de corriente, el sistema original queda:



Escribiendo las ecuaciones correspondientes a la aplicación de la Ley de Kirchoff de corrientes:

$$N1: \frac{V_1 - V_2}{1} + \frac{V_1 - V_3}{1} = 1 + 4 + 1;$$

$$2V_1 - V_2 - V_3 = 6$$

$$N2: \frac{V_2 - V_1}{1} + \frac{V_2 - V_3}{0.5} + \frac{V_2}{0.5} = 16 + 8 - 4$$

$$-V_1 + 5V_2 - 2V_3 = 20$$

$$N3: \frac{V_3 - V_1}{1} + \frac{V_3 - V_2}{0.5} + \frac{V_3}{2} = -8 - 1$$

$$-V_1 - 2V_2 + 3.5V_3 = -9$$

Resolviendo el sistema, se tiene respuesta para 37.2 :

$$V_1 = 8.8276, V_2 = 7.4483, V_3 = 4.2069$$

Voltaje	Valor	Unidad
V_1	= 8.83	[V]
V_2	= 7.45	[V]
V_3	= 4.21	[V]

Conocidos los potenciales de nudo, se calculan las corrientes de rama para respuesta de 37.1:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_3 - 1}{1} = \frac{V_1 - V_3 - 1}{1} = 3.62[A]$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_3 - 4}{0.5} = \frac{V_2 - V_3 - 4}{0.5} = -1.517[A]$$

$$I_3 = -1[A] \text{ (Directo del circuito dado)}$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_2 - 4}{1} = \frac{V_1 - V_2 - 4}{1} = -2.62[A]$$

$$I_5 = \frac{V_2 - 8}{0.5} = -1.1[A]$$

$$I_6 = \frac{V_3}{2} = 2.1[A]$$

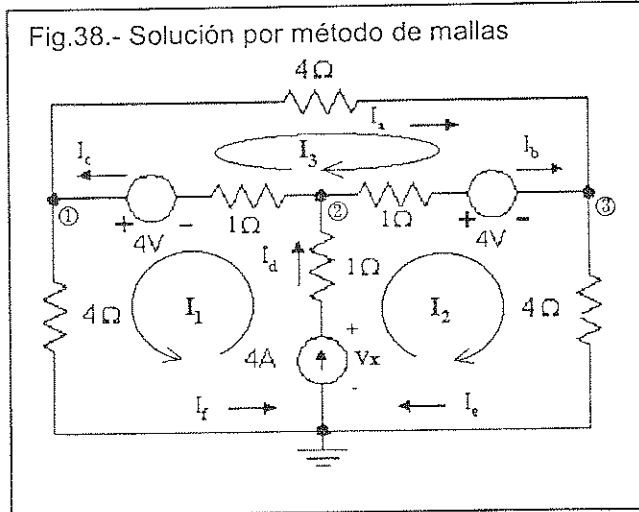
Corriente	Valor	Unidad
I_1	= 3.62	[A]
I_2	= -1.52	[A]
I_3	= -1.00	[A]
I_4	= -2.62	[A]
I_5	= -1.10	[A]
I_6	= 2.10	[A]

38.- Para el circuito de la Fig. 38, se pide:

38.1.- Determinar **todas las corrientes de rama**, con los sentidos que se indica.

38.2.- Determinar la **potencia suministrada P_{4A}** por la fuente de corriente.

38.3.- La **potencia disipada P_R** por el conjunto de resistencias



RESPUESTAS

	Expr.	Valor	Unidad
Ia	I3	1.14	A
Ib	I2 - I3	287	mA
Ic	I1 + I3	3.71	A
Id	I1 + I2	4.0	A
Ie	I2	1.43	A
If	I1	2.57	A
P_{4A}	$4 \times V_x$	56	W
P_R	$\sum_{i=1}^3 P_i$	69.7	W

Ecuaciones:

(Fuente de corriente)(1): $I_1 + I_2 = 4$, $I_2 = (4 - I_1)$

(Lazo exterior) (2): $4I_1 - 4I_2 - 4I_3 = 0$

(m3) (3): $I_1 - I_2 + 6I_3 = 8$, multiplicando por 4 y restando de (2)

queda $I_3 = 8/7$ [A] y resolviendo el sistema:

$I_1 = 2.57$ [A], $I_2 = 1.43$ [A], $I_3 = 1.143$ [A], $V_1 = 4 \times 2.57 = 10.28$; $V_2 = 4 \times 1.43 = 5.72$

La tensión V_x en la fuente de corriente es:

$V_1 - 4 + (I_1 + I_3) \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 10.28 - 4 + 3.713 + 4 = 13.993$ [V]
 o bien $V_3 + 4 + (I_2 - I_3) \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 5.72 + 4 + 0.287 + 4 = 14.007$ [V]

Por lo tanto, $P_{4A} = 4 \times 4 = \underline{56}$ [W]

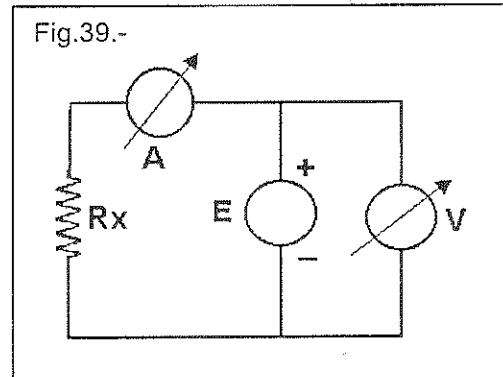
El total de potencia P_R suministrada a la red es:

$\sum_{i=1}^3 P_i = P_{4A} + 4 \times I_c - 4 \times I_b = 56 + 14.852 - 1.148 = \underline{69.7}$ [W]

39.- El circuito de la Fig. 39 se usó para determinar R_x . La resistencia interna del voltmetro V es de 1000Ω y la del amperímetro A es de 1Ω . Las lecturas obtenidas en el circuito mostrado fueron en $V = 10[V]$ y en $A = 1[A]$

Se pide determinar con exactitud:

Pregunta	Valor	Unidad
39.1.- Cual es el valor exacto de R_x	9	Ω
39.2.- Qué potencia entrega la batería E	10.1	W
39.3.- Que potencia disipa el voltmetro V	100	mW
39.4.- Cuál es la caída de tensión V_A en A	1	V
39.5.- Qué corriente indicaría A si el voltmetro se conecta en paralelo con R_x	1008	mA



Solución

$$39.1.- I = \frac{E}{R_x + R_A} \Rightarrow 1 = \frac{10}{R_x + 1} \Rightarrow R_x = \underline{9[\Omega]}$$

$$39.2.- P_E = E \cdot A + \frac{E^2}{R_V} = 10 \cdot 1 + \frac{100}{1000} = \underline{10.1[W]}$$

$$39.3.- P_{R_V} = \frac{E^2}{R_V} = \frac{100}{1000} = 0.1[W] = \underline{100[mW]}$$

$$39.4.- V_A = I_A \cdot R_A = 1 \cdot 1 = \underline{1[V]}$$

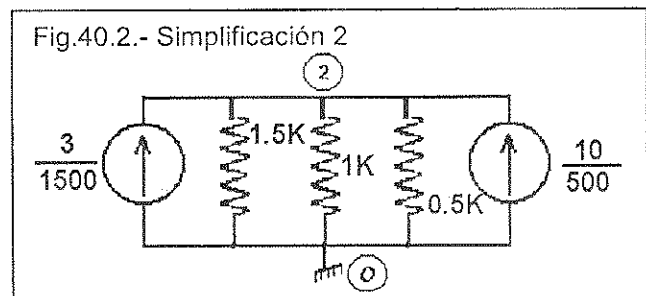
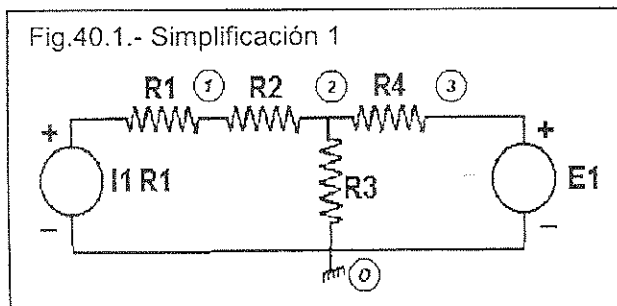
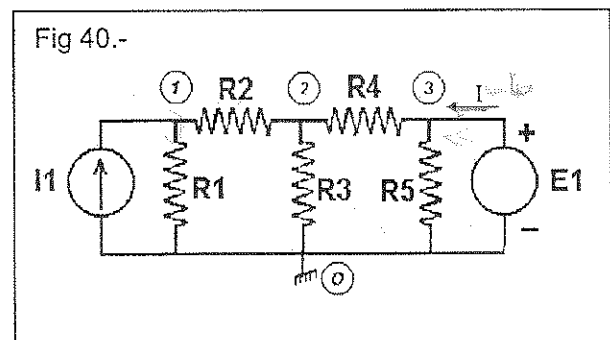
$$39.5.- R_p = R_x // R_V = \frac{9 \cdot 1000}{9 + 1000} = 8.919[\Omega]; I = \frac{E}{R_p + R_A} = \frac{10}{9.919} = 1.008[A] = \underline{1008 [mA]}$$

40.- En el circuito de la Figura 40, si:

$I_1 = 3[mA]$, $E_1 = 10[V]$, $R_1 = R_3 = R_5 = 1000 \Omega$

$R_2 = R_4 = 500 \Omega$.

Calcular:	Valor	Unidad
V_{10}	5	V
V_{20}	6	V
V_{30}	10	V
Potencia disipada en el total de las resistencias	195	mW



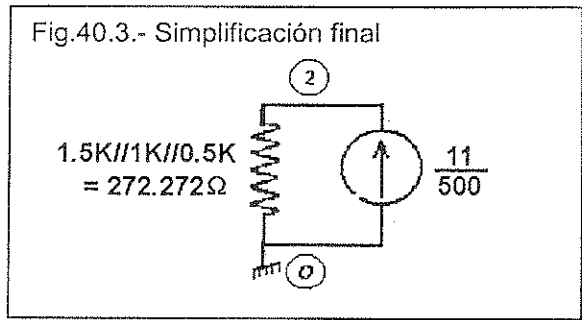
$$V_{20} = \frac{11}{500} \cdot \frac{300}{1.1} = \underline{6.0[V]};$$

$$V_{10} = V_{12} + V_{20} = I_{12}R_2 + V_{20} = \frac{3-6}{1500} \cdot 500 + 6$$

$$V_{10} = -1 + 6 = \underline{5.0[V]}; \quad V_{30} = E_1 = \underline{10.0[V]}$$

$$P_{E1} = E_1 \cdot I = 10 \left(\frac{V_{30} - V_{20}}{R_4} \right) + \frac{10}{1000} = 10 \left(\frac{10-6}{500} \right) + 10 \frac{10}{1000} = \frac{10 \cdot 18}{1000} = 0.18[W]$$

$$P_{I1} = I_1 \cdot V_{10} = \frac{3}{1000} \cdot 5 = \frac{15}{1000} = 15[mW]; \quad P = 180 + 15 = \underline{195.0 [mW]}$$

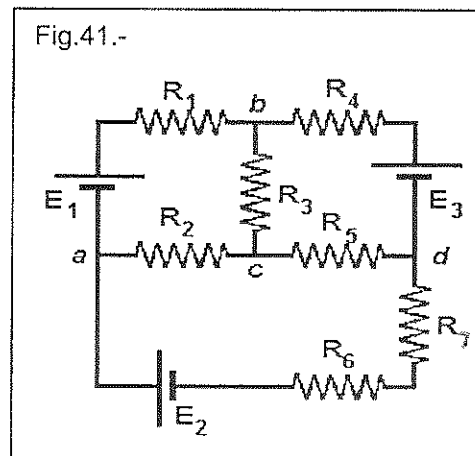


41.- En el circuito de la Fig. 41, se tiene:
(R en Ohms, E en Volts)

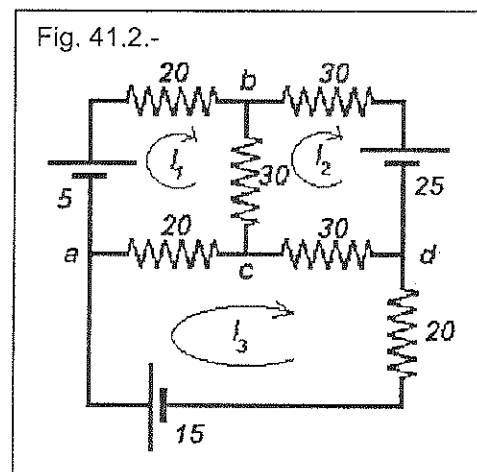
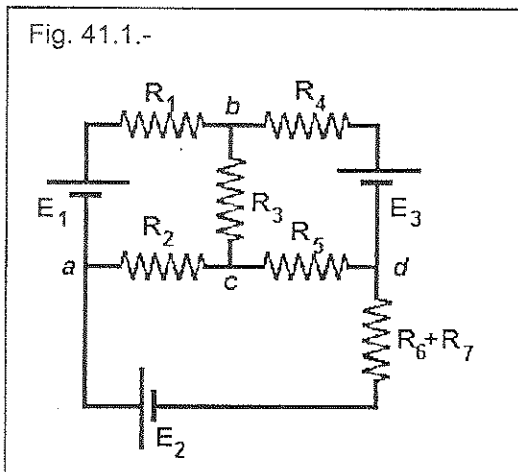
$$R_1 = R_2 = 20, \quad R_3 = R_4 = R_5 = 30, \\ R_6 = 5, \quad R_7 = 15 \\ E_1 = 5, \quad E_2 = 15, \quad E_3 = 25$$

Se pide:

- 41.1.- Corriente suministrada por E_1
- 41.2.- Potencia suministrada por E_3
- 41.3.- Potencia absorbida por E_2
- 41.4.- Potencia disipada por resistencias



Solución de la red, por mallas, previa reducción, asignación arbitraria de corrientes y reemplazo de constantes y parámetros circuitales por sus valores.



$$\begin{cases} M1: + 70 I_1 - 30I_2 - 20I_3 = 5 \\ M2: - 30 I_1 + 90I_2 - 30I_3 = -25 \\ M3: - 20 I_1 - 30I_2 + 70I_3 = 15 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema (Matlab) se tiene:

$$A = [70 \ -30 \ -20; \ -30 \ 90 \ -30; \ -20 \ -30 \ 70];$$

(Vector de constantes)

$$B = [5; \ -25; \ 15];$$

Vector solución = A * inversa de B

$$I = A/B$$

$$I = 0.0000, \ -0.2407, \ 0.1111$$

RESPUESTAS

41.1.- Corriente suministrada por $E_1 = I_1 = 0 \text{ mA}$

41.2.- Potencia suministrada por $E_3 = E_3 \cdot (-I_2) = 25 \cdot -(-0.241) = 6.03 \text{ W}$

41.3.- Potencia absorbida por $E_2 = E_2 \cdot -I_3 = 15 \cdot (-0.1111) = -1.67 \text{ W}$ (Psum = 1.67W)

41.4.- Potencia disipada por resistencias = $PE_1 + PE_2 + PE_3 = 0 + 6.03 + 1.67 = 7.7 \text{ W}$

Ejercicios Resueltos de Electrotecnia

Corriente Alterna - Parte I
Sistemas Monofásicos
Fasores, Impedancias, Potencia Compleja

Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar

Enrique P. Fuentes
Universidad de Tarapacá

$$\hat{A}(\omega t) = 1e^{j(1963.5t + 0.555)} [V]$$

42.8.- Descripción de la señal como fasor inicial, de forma polar.

$$\hat{A}(\omega) = 1 \angle 31.79^\circ [V]$$

42.9.- Descripción de la señal como fasor RMS, de forma polar.

$$\hat{A}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 31.79^\circ [V_{RMS}] = 0.707 \angle 31.79^\circ [V_{RMS}]$$

43.- En el gráfico de la figura se muestra una señal senoidal, cuya amplitud está en volts y el tiempo en segundos.

Determine los parámetros que caracterizan la señal mostrada, según el modelo $A(t) = A \sin(\omega t + \phi)$.

43.1.- Amplitud máxima instantánea A.

La amplitud cresta-a-cresta (peak-to-peak) es de 2V.

La amplitud de cresta (peak) es de 1V.

El parámetro de amplitud (A) es por lo tanto $A = 1[V]$

43.2.- Frecuencia angular ω

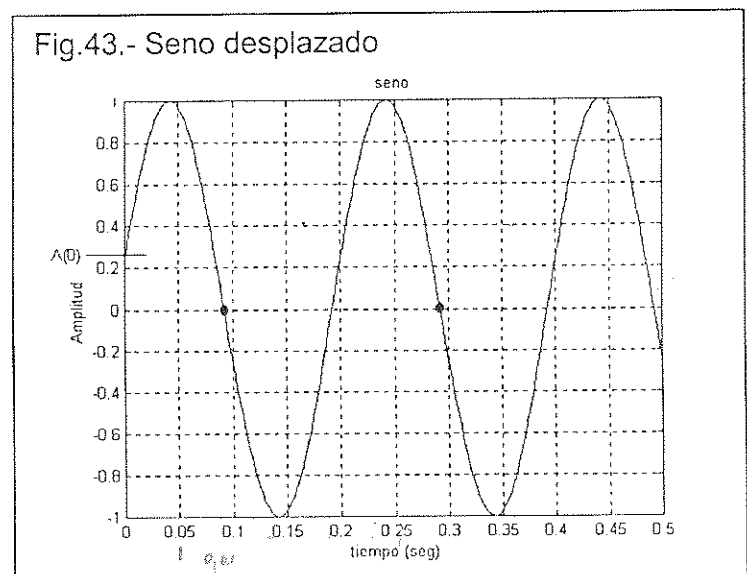
Para determinar la frecuencia angular, se determina como primer paso el período, para lo cual se mide el tiempo entre dos puntos consecutivos de igual magnitud y pendiente, preferiblemente de elevada pendiente (la más abrupta).

En una senoide, el punto de mayor pendiente es el "cruce por cero".

Cada división del eje horizontal tiene 0.05 segundos (50 ms), por lo tanto el período es de 200 [ms], aproximadamente 4 divisiones.

Ahora usamos la igualdad $\omega T = 2\pi$, para determinar $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{200 \cdot 10^{-3}} = 10\pi$

$$\omega = 10\pi \text{ [rad/s]}$$



43.3.- Fase inicial ϕ

La fase inicial se obtiene considerando que para $t = 0$, la amplitud de la función $A \sin(\omega t + \phi)$ queda como:

$A(0) = A \sin \phi$, es decir, la amplitud instantánea para $t=0$ es igual a $A \sin \phi$.

En el gráfico, $A(0)$ es aproximadamente 0.27, por lo que $\sin \phi = \frac{0.27}{1}$,

luego $\phi = \arcsin 0.27 = 0.273 \text{ rad}$

$\phi = 0.273 \text{ [rad]}$ (comentar este valor y la cantidad de decimales)

44.- Una corriente está descrita por $i(t) = 10 \sin(628t + 45^\circ) \text{ [A]}$.

44.1.- Exprese la frecuencia angular en radianes/segundo

$$\omega = 628 \text{ rad/s}$$

44.2.- Exprese el ángulo de fase en radianes

$$360^\circ \implies 2\pi$$

$$45^\circ \implies \phi$$

$$\phi = \pi/4 \text{ rad}$$

$$\phi = \frac{45 \cdot 2\pi}{360} = 0.25\pi = \frac{\pi}{4} \text{ [rad]}$$

44.3.- Determine la magnitud instantánea de la corriente para $t = 1 \text{ ms} = 10^{-3} \text{ s}$

En radianes, $\omega t = 628 \cdot 10^{-3} = 0.628 \text{ [rad]}$ y

$$\frac{\pi}{4} = 0.7854 \text{ [rad]}; \text{ argumento de la función seno,}$$

$$\text{en radianes} = (628t + 45^\circ) = 0.628 + 0.7854 = 1.413 \text{ [rad]}$$

$$10 \sin(1.413 \text{ rad}) = 10 \sin\left(\frac{1.413 \cdot 360}{2\pi} \text{ grados}\right) = 10 \sin(81^\circ) = 9.88 \text{ [A]}$$

$$i(1\text{ms}) = 9.88 \text{ [A]}$$

44.4.- Calcule el primer instante, para $t > 0$, para el cual la corriente se hace 0.

$$10 \sin(x) = 0, \quad \sin(x) = 0 \quad x = 0^\circ$$

$$x = (628 t_x + \pi/4) = 0$$

$$t_x = -\frac{\pi}{4 \cdot 628} = -1.25 \text{ [ms]}, \text{ tiempo que es anterior a } t = 0.$$

Es necesario determinar la pasada por cero 180° eléctricos después, es decir, $T/2$ después de t_x

Recordando que $\omega T = 2\pi$, se determina $T = 2\pi / \omega = 2\pi / 628 = 10 \text{ [ms]}$

Por lo tanto, $T/2 = 5 \text{ [ms]}$ y el instante pedido ocurre para:

$$t = 5 - 1.25 = 3.75 \text{ [ms]}$$

$t = 3.75 \text{ (ms)}$

45.- Para una frecuencia de 10^6 [rad/s] , calcular :

45.1.- La impedancia de una resistencia de $2 \text{ k } \Omega$ en paralelo con una bobina de 1 mH .

SOLUCION:

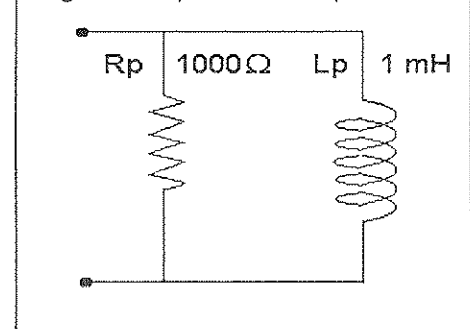
$$45.1.- Z_R = 2000 + j 0 \text{ [}\Omega\text{]} = 1000 \cdot (2+j0) \text{ [}\Omega\text{]} = 2 + j0 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

$$Z_L = 0 + j 1000 \text{ [}\Omega\text{]} = 0 + j 1 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

$$\text{Alt \#1: } Z_T = Z_R \cdot Z_L / (Z_R + Z_L) = 2k \cdot j1k / (2+j1)k$$

$$= j 2k (2 - j1) / (4+1) = j 800 + 400 = \underline{400 + j 800 \text{ [}\Omega\text{]}}$$

Fig. 45.- Impedancia en paralelo



$$\text{Alt \#2: } Z_T = \frac{2000 \cdot j1000}{2000 + j1000} = \frac{j2000}{2 + j1} = \frac{2000 \angle 90^\circ}{\sqrt{5} \angle 26.56^\circ} = 894.42 \angle (90^\circ - 26.56^\circ) = 894.42 \angle 63.44^\circ \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$\text{Re}[Z_T] = 894.42 \cos(63.44^\circ) = 400 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$\text{Im}[Z_T] = 894.42 \sin(63.44^\circ) = 800 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$Z_T = \underline{400 + j 800 \text{ [}\Omega\text{]}}$$

Alt #3: $Y_T = Y_R + Y_L$, un circuito paralelo es una *suma de admitancias*:

$$Y_R = G_R = 1/2000 = 0.5 \text{ [mS]}$$

$$Y_L = -j B_L ; B_L = 1 \text{ [mS]}$$

$$Y_T = 0.5 - j 1 \text{ [mS]} ; Z_T = 1/Y_T$$

$$Z_T = 1/(0.5 - j1) \text{ [k}\Omega\text{]} = \frac{0.5 + j1}{1 + 0.25} = 0.4 + j0.8 \text{ [k}\Omega\text{]} = \underline{400 + j 800 \text{ [}\Omega\text{]}}$$

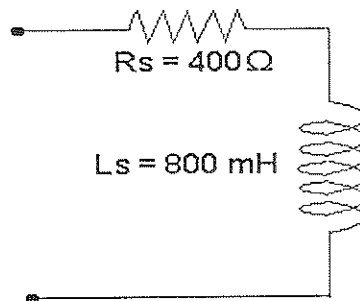
45.2.- Determinar el circuito *serie* equivalente

SOLUCION:

Se obtiene directamente de Z_T , ya que un circuito serie es una *suma de impedancias*:

$$R_s = 400[\Omega]; \quad X_{L_{eq}} = 800 = \omega \cdot L_s$$

$$L_s = 800/10^6 = 0.8/1000 = 0.8 \text{ mH}$$



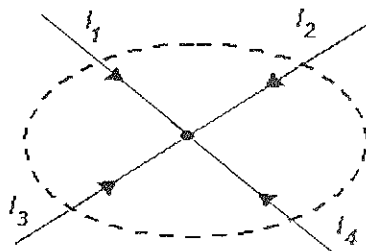
46.- Encontrar I_4 , si las tres corrientes

que entran al nudo son:

$$I_1 = 10 \cos(\omega t - 40^\circ) \text{ [A]}$$

$$I_2 = 8 \cos(\omega t - 100^\circ) \text{ [A]}$$

$$I_3 = 15 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ [A]}$$



SOLUCION:

En el plano complejo, conservando amplitud máxima, ya que se pide volver al plano del tiempo:

$$I_1 = 10 \angle -40^\circ \text{ [A]}, \quad I_2 = 8 \angle -100^\circ \text{ [A]}, \quad I_3 = 15 \angle (30^\circ - 90^\circ) \text{ [A]}$$

Entonces, en coordenadas cartesianas, los fasores iniciales son:

$$I_1 = 10 \cos(-40^\circ) + j 10 \sin(-40^\circ); \quad I_2 = 8 \cos(-100^\circ) + j 8 \sin(-100^\circ)$$

$I_3 = 15 \cos(-60^\circ) + j 15 \sin(-60^\circ)$ y aplicando la Ley de Corrientes:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0; \quad I_1 + I_2 + I_3 = -I_4$$

$$\text{Re}[-I_4] = [10 \cdot 0.766 + 8 \cdot (-0.174) + 15 \cdot 0.5] \text{ [A]}$$

$$\text{Im}[-I_4] = [10 \cdot (-0.643) + 8 \cdot (-0.984) + 15 \cdot (-0.866)] \text{ [A]}$$

$$-I_4 = [7.66 - 1.39 + 7.5] + j[-6.43 - 7.87 - 12.99] = 13.77 - j 27.29 \text{ [A]}$$

$$|-I_4| = \sqrt{(13.77)^2 + (27.29)^2} = 30.57 \text{ [A]}$$

$$\phi_{-I_4} = \arctg\left(\frac{-27.29}{13.77}\right) = -63.22^\circ, \text{ por lo que}$$

$$I_4 = 30.57 \angle (180^\circ - 63.22^\circ) = \underline{30.57 \cos(\omega t + 116.77^\circ) \text{ [A]}}$$

47.- Una resistencia R, de 20Ω , se encuentra en paralelo con una bobina de inductancia L. Determine el valor de la inductancia L, tal que, al operar a una frecuencia $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$, se cumpla que:

- 47.1 La parte resistiva de la impedancia equivalente sea 8Ω .
- 47.2 La parte reactiva de la impedancia equivalente sea de 10Ω .
- 47.3 La magnitud de la impedancia equivalente sea de 10Ω .
- 47.4 El ángulo de la impedancia equivalente sea 45°

SOLUCION:

$$Z = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{R^2 \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} = \frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{\omega LR} \quad Z = \frac{\omega LR}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

47.1.- $L = \sqrt{\frac{800}{3}} \times 10^{-3} = 16.33 \text{ mH}$

47.2.- $L^2 - 4 \times 10^{-2} L + 4 \times 10^{-4} = 0 \quad L = 20 \times 10^{-3} = 20 \text{ mH}$

47.3.- $Z = \frac{\omega LR}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad L = \sqrt{\frac{400}{3}} \times 10^{-3} = 11.5 \text{ mH}$

47.4.- $\text{tg} \theta_s = \frac{R^2 \omega L}{\omega^2 L^2 R} = \frac{R}{\omega L} = 1 \quad R = \omega L \quad 20 = 1000L \quad L = 20 \text{ mH}$

48.- Se tiene una resistencia A, de resistencia R_A , conectada en serie con una bobina real B (de inductancia L_B y resistencia R_B). La alimentación es $V_S = 250[\text{V}_{\text{RMS}}]$ con $f = 50[\text{Hz}]$. La corriente que circula por el circuito es $I = 5 [\text{A}_{\text{RMS}}]$.

Si la caída de potencial en la resistencia es $V_A = 100[\text{V}_{\text{RMS}}]$ y en la bobina es $V_B = 200[\text{V}_{\text{RMS}}]$, se pide calcular :

- 48.1.- Los valores de R_A , L_B y R_B
- 48.2.- La potencia compleja de la bobina (P_B , Q_B ; S_B) y la potencia compleja total del circuito (P_T , Q_T , S_T)
- 48.3.- El factor de potencia total (FDP_T) y el de la bobina (FDP_B) .
- 48.4.- El diagrama fasorial completo (V_{RA} , V_{RB} , V_{LB} , V_B , V_S , I).

SOLUCION:

$$R_A = \frac{V_A}{I} = \frac{100}{5} = 20\Omega \quad Z_T = \sqrt{(R_A + R_B)^2 + \omega^2 L_B^2} = \frac{250}{5} = 50 \quad (1)$$

48.1.- $Z_B = \sqrt{R_B^2 + \omega^2 L_B^2} = \frac{200}{5} = 40 \quad (2)$



De (1) y (2) al cuadrado se tiene:

$$R_A^2 + 2R_A R_B + R_B^2 + \omega^2 L^2 = 2500$$

$$R_B^2 + \omega^2 L^2 = 1600$$

$$R_A(R_A + 2R_B) = 900 \quad R_B = 12.5\Omega$$

y

$$X_B = 37.98\Omega \quad L_B = 0.1209H = 120.9mH$$

48.2.-

$$\operatorname{tg} \varphi_T = \frac{\omega L}{R_A + R_B} = \frac{37.98}{20 + 12.5} = 1.168 \quad \varphi_T = 49.45^\circ$$

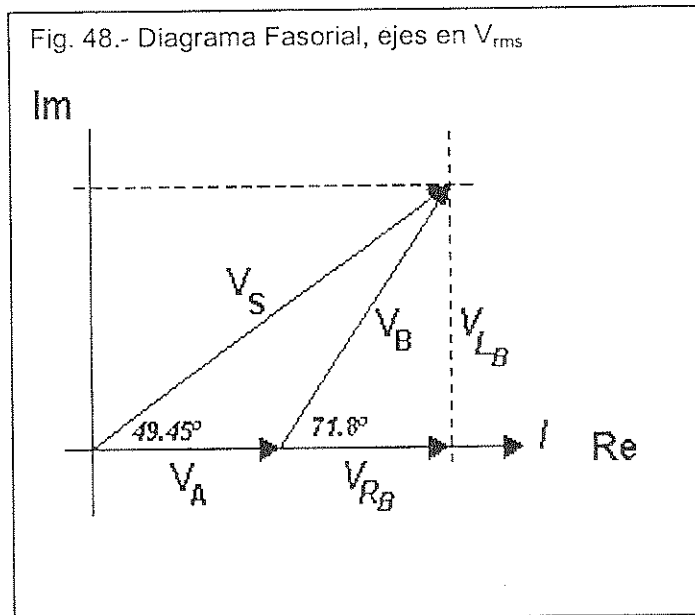
$$P_T = VI \cos \varphi_T = 8125W \quad Q_T = VI \operatorname{sen} \varphi_T = 949.8VAR \quad S_T = 1250 \angle 49.45^\circ VA$$

$$P_B = P_T - P_A = 8125 - 100 \cdot 5 = 3125W$$

$$Q_B = Q_T = 949.8VAR \quad \operatorname{tg} \varphi_B = \frac{949.9}{3125} = 3.04 \quad \varphi_B = 71.8^\circ \quad S_B = 1000 \angle 71.8^\circ VA$$

48.3.- $\cos \varphi_T = 0.65$ en atraso $\cos \varphi_B = 0.312$ en atraso

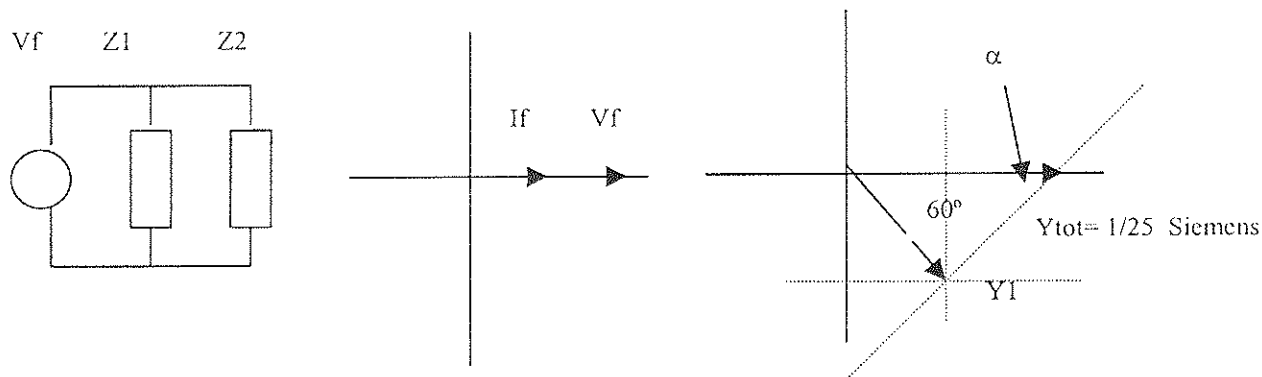
48.4.- Diagrama fasorial:



49.- Un sistema de cargas está compuesto por dos impedancias, Z1 y Z2 en paralelo. Se sabe que Z1 a 50 Hz es de 50 ohms, con un ángulo de + 60 grados. Al conectar el sistema de cargas a una fuente Vf de 200 Vrms, con un ángulo de fase de 0°, frecuencia de 50 Hz, la corriente If es de 8 amperes con un ángulo de 0° respecto a la tensión. Determinar Z2 y especificar su composición.

SOLUCION

Sistema representado en el plano de la frecuencia compleja para $\omega = 314$ rad/seg, fasores voltaje y corriente, admitancias en el plano complejo.



Variables e Impedancias

$$V_f = 200 \text{ V}/0^\circ \quad I_f = 8/0^\circ \quad Z_{eq} = Z_1 // Z_2 = V_f/0^\circ / I_f/0^\circ = 25 \Omega /0^\circ$$

$$Z_1 = 50 \cos 60^\circ + j 50 \sin 60^\circ = 25 + j 43.3 = R_1 + j\omega L$$

Determinación de Z2 se puede realizar de varias formas, entre ellas:

49.1.- Camino corto: Calcular la admitancia total $Y_{tot} = Y_1 + Y_2$

$$Y_1 = \frac{1}{50} \angle -60^\circ \quad Y_{tot} = \frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{25} \angle 0^\circ = Y_1 + Y_2$$

$$Y_1 = 0.02 \cos(-60^\circ) + j 0.02 \sin(-60^\circ) = 0.02 \cos(60^\circ) - j 0.02 \sin(60^\circ) = \underline{0.01 - j 0.0173 \text{ Siemens}}$$

$$Y_{tot} = 0.04 + j0 \text{ Siemens}$$

$$Y_2 = Y_{tot} - Y_1 = [0.04 - 0.01] + j [0 - (-0.0173)] = \underline{0.03 + j 0.0173 \text{ [S]}} = 30 + j 17.3 \text{ [mS]}$$

$$Z_2 = 1/Y_2$$

$$Z_2 = \frac{1}{30 + j17.3} [k\Omega] = \frac{30 - j17.3}{(30)^2 + (17.3)^2} [k\Omega] = \frac{30000 - j17300}{1199.29} [\Omega] = \underline{25 - j 14.42 \text{ [ohms]}}$$

De donde $Z_2 = R_2 - jX_2 = R_2 - j 1/\omega C_2$, es decir, consta de una resistencia con un capacitor en serie

49.2.- Camino largo: $Z_{eq} = (Z1 * Z2) / (Z1 + Z2) = 25$

$25 Z1 + 25 Z2 = Z1 * Z2$

$25 * 50 \cos 60^\circ + j 25 * 50 \sen 60^\circ + 25 \operatorname{Re}[Z2] + j 25 \operatorname{Im}Z2 = (50 \cos 60^\circ + j 50 \sen 60^\circ) * (\operatorname{Re}[Z2] + j \operatorname{Im}Z2)$

$625 + j1082.53 + 25 \operatorname{Re}[Z2] + j 25 \operatorname{Im}Z2 = (25 + j 43.3) * (\operatorname{Re}[Z2] + j \operatorname{Im}Z2)$ [1]

Igualando partes reales en [1]

$625 + 25 \operatorname{Re}[Z2] = 25 \operatorname{Re}[Z2] - 43.3 \operatorname{Im}Z2$

$\operatorname{Im}Z2 = -625/43.3 = -14.43$

Igualando partes imaginarias en [1]

$j1082.53 + j 25 \operatorname{Im}Z2 = j43.3 \operatorname{Re}[Z2] + j 25 \operatorname{Im}Z2$

$\operatorname{Re}[Z2] = 1082.53/43.3 = 25 \quad \therefore \underline{Z2 = 25 - j14.42} = R2 - j 1/\omega C2$

	Valor	Unidad
La parte real de la impedancia total	25	Ohms
La parte reactiva de la impedancia total	0	Ohms
La parte real de Z2	25	Ohms
La parte reactiva de Z2	-14.42	Ohms

La capacidad serie de Z2 es: $\frac{1}{\omega X_{C2}} = \frac{1}{314 \cdot 14.42} [F] = \frac{10^6}{4527.88} [\mu F] = \underline{220.85 [\mu F]}$

50.- Los mismos elementos del sistema de cargas del Ejercicio 49 se conectan a una fuente de 400 Vrms, con un ángulo de fase de 45°, frecuencia de 50 Hz, determinar la impedancia total y la magnitud y fase de la corriente en este caso.

SOLUCION:

Respecto del punto anterior, los cambios son:

El ángulo de fase de la tensión cambia a + 45° ==> cambia la referencia de los ángulos de las variables (corrientes y voltajes) en +45°

La frecuencia no cambia ==> las Impedancias no cambian (Z_{eq} = 25 ohms)

La tensión aumenta al doble ==> la corriente por Z_{eq} aumenta al doble

	Valor	Unidad	Observación
La parte real de la impedancia total	25	Ohms	NO CAMBIA
La parte reactiva de la impedancia total	0	Ohms	NO CAMBIA
La magnitud de la corriente total	16	Amperes	8 X 2 (DOBLE)
El ángulo de fase de la corriente como fasor	45	Grados	

51.- El mismo sistema de cargas del Ejercicio 49 se conecta a una fuente de 200 Vrms, 100 Hz. Calcular todas las impedancias a esta nueva frecuencia y la corriente total suministrada por la fuente.

SOLUCION:

Respecto del Ejercicio 46, la frecuencia cambia al doble, entonces:

Las partes REALES de las Impedancias Z1 y Z2 no cambian .

Las partes IMAGINARIAS (reactancias) cambian:

Las X positivas (ωL) al doble, las X negativas ($1/\omega C$) disminuyen a la mitad

$$Z1 = 25 + j 2 \cdot 43.3 = 25 + j 86.6 = 90.14 \angle 73.89^\circ$$

$$Z2 = 25 - j \frac{1}{2} \cdot 14.43 = 25 - j 7.2 = 26.02 \angle -16.07^\circ$$

$$Z1+Z2 = 50 + j 79.4$$

$$Z1 \cdot Z2 = 25 \cdot 25 + 86.6 \cdot -7.2 + j 25 (86.6 - 7.2) = 1248.52 + j 1985$$

$$Zeq = Z1 \cdot Z2 / (Z1+Z2) = (1248.52 + j 1985) / (50 + j 79.4)$$

$$Zeq = [50 (1248.52 + j 1985) - j 79.4 (1248.52 + j 1985)] / 8804.36 = 7.1 + j 11.27 - j 11.25 + 17.9$$

$$Zeq = 50 (0.1418 + j 0.2255) - j 79.4 (0.1418 + j 0.2 255) = 7.1 + j 11.27 - j 11.25 + 17.9 = \underline{25 + j0}$$

$$I_{tot} = V/Zeq = 200/(25+j0) = 8 [A]$$

	Valor	Unidad	Observación
La parte resistiva de Z1	25	Ohms	NO CAMBIA
La parte reactiva de Z1 ($X1 = \omega L$)	86.6	Ohms	DOBLE
La parte resistiva de Z2	25	Ohms	NO CAMBIA
La parte reactiva de Z2 ($X2 = 1/\omega C$)	-7.2	Ohms	MITAD
La parte resistiva de la impedancia total (Z1//Z2)	25	Ohms	Calcular
La parte reactiva de la impedancia total (Z1//Z2)	0	Ohms	Calcular
La corriente total	8	Amp	

52.- Una red eléctrica monofásica con $v_s(t) = 6000 \cos(314t)$ [V], alimenta dos cargas conectadas en serie:

$$Z1 = 705 \angle 0^\circ [\Omega] \text{ y } Z2 = 970 \angle 90^\circ [\Omega], \text{ determinar :}$$

52.1.- el fasor correspondiente a la tensión $V_s(j\omega)$

52.2.- la impedancia vista por la fuente $Z_i(j\omega)$

52.3.- el fasor corriente $I(j\omega)$

SOLUCION:

52.1.- Fasor voltaje $V_s(j\omega)$, $v_s(j\omega) = \frac{6000}{\sqrt{2}} = 4242.6 \angle 0^\circ [V]$

52.2.- Impedancia vista por la fuente: $Z_i(j\omega)$

$$\dot{Z}_i = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 \quad |Z| = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} \quad \varphi_z = \arctg\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)$$

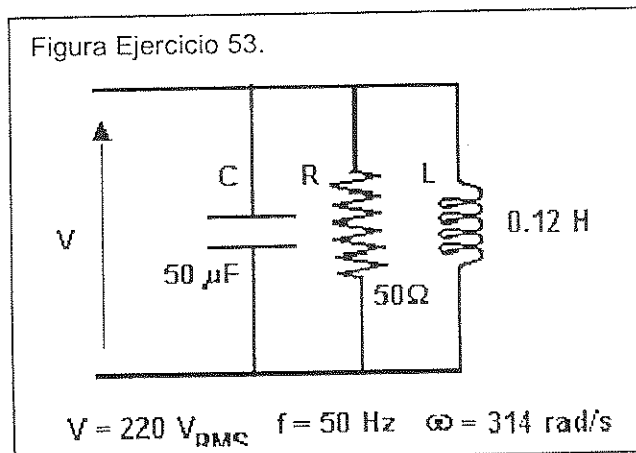
$$Z_i(j\omega) = 705 + j970 [\Omega]$$

$$Z_i(j\omega) = 1199/54^\circ [\Omega]$$

52.3.- Fasor corriente : $I(j\omega)$

$$I(j\omega) = \frac{V_s}{Z_i} = \frac{6000/0^\circ}{\sqrt{2} \cdot 1199/54^\circ} \approx \frac{5}{\sqrt{2}} / 0^\circ - 54^\circ, \text{ por lo tanto, } I(j\omega) = 3.54 / -54^\circ [A]$$

53.- Encontrar las magnitudes de X_L , X_C , Z , Y , I_R , I_L , I_C , φ , S , P , Q en el circuito de la figura 53.



SOLUCION

53.1.- $X_L = \omega L = 314 \cdot 0.12 = 37.7 \Omega$

53.2.- $X_C = 1/\omega C = 10^6 / (314 \cdot 50) = 10^6 / 15700 = 63.7 \Omega$

53.3.- $|Z| = 1/|Y|$

$$|Y| = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2} = 1/22.7 \text{ mS} = 44 \Omega$$

53.4.- $|Y| = 22.7 \text{ mS}$

53.5.- $|I_R| = V/R = 220/50 = 4.4 [A]$

53.6.- $|I_L| = V/X_L = 220/37.7 = 5.84 [A]$

53.7.- $|I_C| = V/X_C = 220/63.7 = 3.46 [A]$

53.8.- $|I_T| = V/Z = 220/44 = 5 [A]$

53.9.- $\varphi = \arctg\left(\frac{1/X_L - 1/X_C}{1/R}\right) = \arctg(0.54) = 28.35^\circ$

53.10.- $S = V \cdot I_T = 220 \cdot 5 = 1100 [VA]$

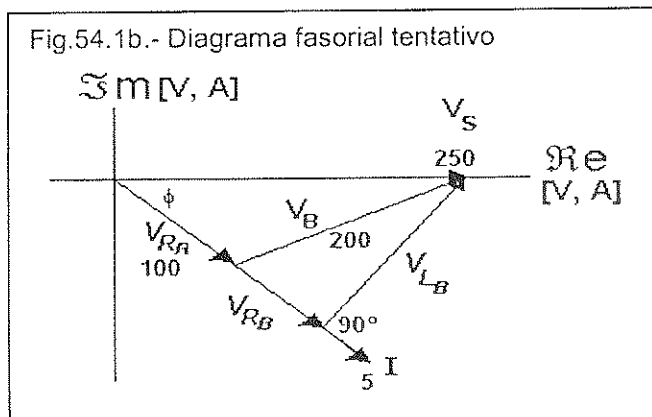
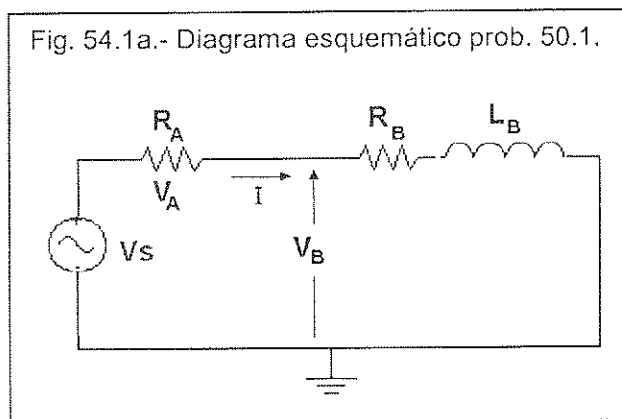
53.11.- $P = V \cdot I_T \cos \varphi = 970 \text{ W}$

53.12.- $Q = V \cdot I_T \sin \varphi = 525 [VAR]$

54.- Se tiene una resistencia R_A , conectada en serie con una bobina real B (de inductancia L_B y resistencia R_B). La alimentación es $V_S = 250[V]$ con $f = 50[Hz]$. La corriente que circula por el circuito es $I = 5 [A]$. Si la caída de tensión en la resistencia R_A es $V_A = 100[V]$ y en la bobina es $V_B = 200[V]$, se pide calcular:

- 54.1.- Los valores de R_A , L_B y R_B
- 54.2.- Los valores fasoriales de: V_A , V_{RB} , V_{LB} , V_B e I . Considere $V_S = 250\angle 0^\circ$
- 54.3.- La potencia compleja de la bobina (P_B , Q_B , S_B)
- 54.4.- El factor de potencia total (FDP_T) y el de la bobina (FDP_B).
- 54.5.- La potencia compleja total del circuito (P_T , Q_T , S_T)
- 54.6.- El diagrama fasorial completo.

Solución:



$$R_A = \frac{V_{RA}}{I} = \frac{100}{5} = 20\Omega \quad \text{es un resultado inmediato.}$$

Construyendo un diagrama fasorial (tentativo al comenzar), como el de la fig. 54.1b., se tiene:

$V_A = V_{RA}$ y V_{RB} en fase con la corriente I , V_{LB} adelanta a la corriente I en 90° , la suma es V_S . Por ser inductiva la carga total, la corriente debe atrasar a la tensión:

$$(V_{RA} + V_{RB})^2 + V_{LB}^2 = V_S^2 \quad (1)$$

Restando (2) de (1) queda:

$$V_{RB}^2 + V_{LB}^2 = V_B^2 \quad (2)$$

$$V_{RB} = \frac{V_S^2 - V_B^2 - V_A^2}{2V_A} = \frac{62500 - 40000 - 10000}{200} = \frac{12500}{200} = 62.5[V]; \text{ de donde:}$$

$$R_B = \frac{V_{RB}}{I} = \frac{62.5}{5} = 12.5\Omega \text{ y reemplazando en (2) se obtiene } V_{LB} = 189.98[V]$$

$$\text{por lo tanto, } \omega L_B = \frac{V_{LB}}{I} = \frac{189.98}{5} = 38 \text{ y } L_B = \frac{38}{2\pi f} = \frac{38}{100\pi} = 0.12[H] = 120[mH]$$

Empleando los resultados obtenidos, están determinados los parámetros circuitales:

54.1.- $R_A = 20\Omega$; $R_B = 12.5\Omega$; $L_B = 120 \text{ mH}$

El ángulo de atraso de la corriente (ángulo de V_A y V_{RB}) se obtiene (fig. 54.1b) de:

$$\phi = \phi_I = -\arctg \frac{V_{LB}}{V_{RA} + V_{RB}} = -\arctg \frac{190}{100 + 62.5} = -49.46^\circ$$

El ángulo de V_{LB} se obtiene sumando 90° a ϕ , $\phi_L = 90 - 49.46 = 40.54^\circ$

El ángulo de V_B se obtiene calculando el ángulo de la impedancia de la bobina real,

$$\phi_L = \arctg \frac{V_{LB}}{V_{RB}} = \arctg \frac{190}{62.5} = 71.8^\circ \text{ y sumándolo al de la corriente, lo cual da } 71.8 - 49.46 = 22.34^\circ,$$

luego

54.2.- Los fasores iniciales son:

$$\begin{aligned} V_a &= 100 \angle -49.46^\circ \text{ [V]} \\ V_{RB} &= 62.5 \angle -49.46^\circ \text{ [V]} \\ V_{LB} &= 190 \angle -40.54^\circ \text{ [V]} \\ V_B &= 200 \angle 22.34^\circ \text{ [V]} \\ I &= 5 \angle -49.46^\circ \text{ [A]} \end{aligned}$$

El $\cos \phi$ de la bobina es el coseno del ángulo de su impedancia = $\cos(71.8^\circ) = 0.312$ y su potencia aparente es $V_B \cdot I = 200 \cdot 5 = 1000 \text{ [VA]}$, de donde:

54.3.- La potencia compleja en la Bobina real :

$$\begin{aligned} S_B &= 1000 \angle 71.8^\circ \text{ [VA]} \\ P_B &= 1000 \cdot 0.312 = 312 \text{ [W]} \\ Q_B &= 1000 \text{ sen } (71.8^\circ) = 950 \text{ [VAR]} \end{aligned}$$

54.4.- Los factores de potencia son:

El factor de potencia total es el coseno del ángulo de la corriente = $\cos 49.46^\circ$

$$FDP_{TOTAL} = 0.65$$

El factor de potencia de la bobina real es el coseno del ángulo de la impedancia de la bobina, o bien,

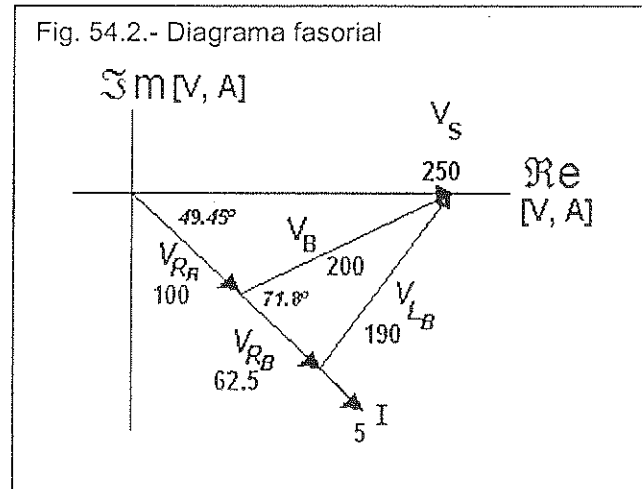
el coseno del arctg de V_{LB} / V_{RB}

$$FDP_{BOBINA} = 0.312$$

54.5.- La potencia compleja total del circuito:

$$\begin{aligned} S_T &= 1250 \angle 49.46^\circ \text{ [VA]} \\ P_T &= 1250 \cdot 0.65 = 812 \text{ [W]} \\ Q_B &= 1250 \text{ sen } (49.46^\circ) = 950 \text{ [VAR]} \end{aligned}$$

54.6.- El diagrama fasorial completo se muestra en la Fig. 54.2



55.- Determine la corriente que circula por Z1, en el plano del tiempo, si la fuente de voltaje es $v_f = 14.14 \cos(\omega t + 45^\circ)$ [V] y la fuente de corriente $i = 4.24 \cos \omega t$ [A].

Datos $Z1=j2[\Omega]$, $Z2=2[\Omega]$, $Z3 = -j2[\Omega]$.

(Trabajando con amplitudes máximas instantáneas en el plano complejo)

Transformando la fuente de corriente en paralelo con Z2+Z3, se tiene un circuito serie equivalente:
 $V_x = i(Z2+Z3) = 4.24(2-j2) = 12|-45^\circ$ [V]

La corriente por Z1 es entonces $I_x = (V_f - V_x)/(Z1+Z2+Z3)$, de donde :

$$V_f = 14.14|45^\circ ;$$

$$V_f - V_x = (14.14 \cdot 0.707 - 12 \cdot 0.707) + j(14.14 \cdot 0.707 + 12 \cdot 0.707) =$$

$1.51 + j 18.48$ [V], de donde:

$$I_x = \frac{1.51 + j18.48}{j2 + 2 - j2} = 0.755 + j9.24 [A]$$

El ángulo de I_x es $\arctg \frac{9.24}{0.755} = 85.32^\circ$ y la

$$\text{magnitud } \sqrt{(0.755)^2 + (9.24)^2} = 9.27 [A]$$

Respuesta: $I_x = 9.27 \cos(\omega t + 85.32^\circ)$ [A]

Fig.55.- Circuito Problema N° 55

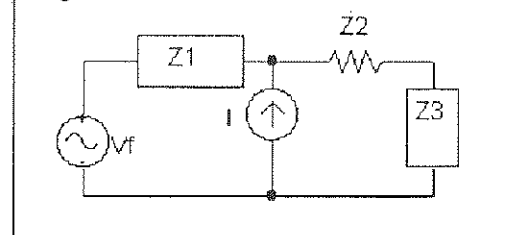
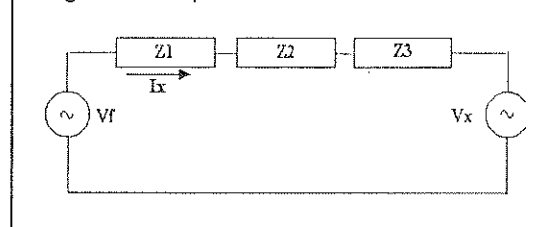


Fig.55.1.- Equivalente transformado



56.- Un motor tiene un factor de potencia de 0.8 (en atraso), cuando consume 1 [kW] y está conectado a una línea de 220 V y 50 Hz, considerada origen de fase.

Se pide:

56.1.- Escribir el fasor que representa al voltaje de la línea $V_s(j\omega)$:

$$V_s(j\omega) = 220 \angle 0^\circ \text{ [V}_{\text{RMS}}]$$

El voltaje se proporciona en valor RMS y su fase es 0° (referencia).

56.2.- Calcular la potencia compleja del motor, $S(j\omega)$, en forma polar y cartesiana:

$$\phi = \arccos(0.8) = 36.87^\circ; \quad \sin(\phi) = 0.6; \quad Q = S \sin(\phi) = 750 \text{ [VAR]}$$

$$S = \frac{P}{\cos \phi} = \frac{1000}{0.8} = 1250 \text{ [VA]}$$

$$S(j\omega) = 1000 + j 750 \text{ [VA]} = 1250 \angle 36.87^\circ \text{ [VA]}$$

56.3.- Escribir los valores y unidades de la potencia aparente, activa, reactiva y el factor de potencia.

$P = 1000 \text{ [W]}$	$Q = 750 \text{ [VAR]}$
$S = 1250 \text{ [VA]}$	FDP = 0.8 en atraso

56.4.- Calcular el fasor corriente inicial $I(j\omega)$

Se calcula el *conjugado* de la corriente:

$$I(j\omega) = 5.68 \angle -36.87^\circ \text{ [A]}$$

$$S = \dot{V} \cdot \dot{I}^* \implies \dot{I} = \frac{S}{\dot{V}} = \frac{1250 \angle 36.87^\circ}{220 \angle 0^\circ} = 5.68 \angle 36.87^\circ \text{ [A]}$$

Para la respuesta correcta, se cambia el signo del ángulo

56.5.- Escribir la expresión temporal de la corriente inicial $i(t)$:

$$A_M = \sqrt{2} A_{\text{rms}} = \sqrt{2} \cdot 5.68 = 8.03 \text{ [A]}; \quad \omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$$

$$i(t) = 8.03 \cos(314t - 36.87^\circ) \text{ [A]}$$

56.6.- Calcular la Impedancia de entrada $Z_i(j\omega)$, en forma cartesiana y polar:

$$Z = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{220 \angle 0^\circ}{5.68 \angle -36.87^\circ} = 38.7 \angle 36.87^\circ \text{ [\Omega]}$$

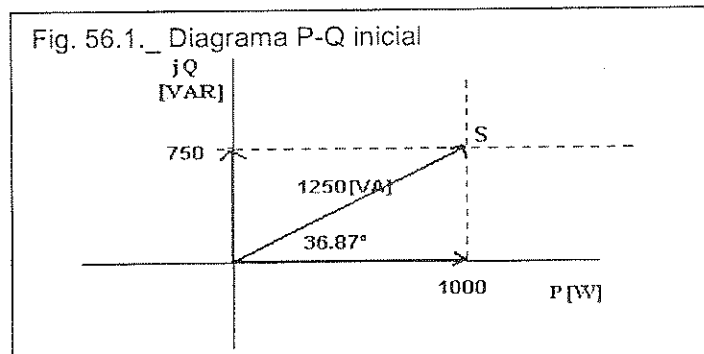
$$Z_i(j\omega) = 31 + j 23.24 \text{ [\Omega]}$$

$$Z_i(j\omega) = 38.7 \angle 36.87^\circ \text{ [\Omega]}$$

$$\Re_e = Z \cos \phi = 38.7 \cdot 0.8 = 30.96 \text{ [\Omega]}$$

$$\Im_m = Z \sin \phi = 38.7 \cdot 0.6 = 23.22 \text{ [\Omega]}$$

56.7.- Dibuje el gráfico P – Q

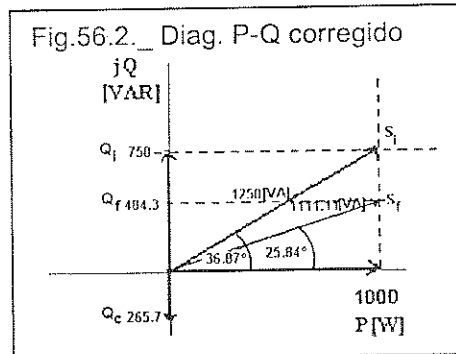


56.8.- Se quiere corregir el factor de potencia a 0,9 en atraso, calcule la potencia reactiva final Q_F :

$$\phi = \arccos(0.9) = 25.84^\circ; \quad \text{sen}(\phi) = 0.436;$$

$$S_F = \frac{P}{\cos \phi_F} = \frac{1000}{0.9} = 1111.11 \text{ [VA]}$$

$$Q_F = 1111.11 \cdot 0.436 = 484.28 \text{ [VAR]}$$



56.9.- Calcule la potencia reactiva de compensación que se debe agregar, Q_C :

Se debe reducir de 750 a 484.3 [VAR] ==> $Q_C + 750 = 484.3$

$$Q_C = - 265.7 \text{ [VAR]}$$

$$Q_C = - 265.7 \text{ [VAR]}$$

56.10.- Identifique el tipo de elemento que se debe conectar en paralelo con la carga y su valor:

La potencia reactiva debe ser negativa ==> Capacitor

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C} \implies X_C = \frac{220^2}{265.7} = 182.16 \text{ [\Omega]} \quad C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{10^6}{314 \cdot 182.16} = 17.84 \text{ [\mu F]}$$

~~Inductivo: L =~~

Capacitivo: C = 17.84 [μF]

56.11.- Especifique técnicamente el componente de corrección del FDP:

Un capacitor que debe ser capaz de soportar a lo menos

220 [Vrms] y potencia de 265.7 [VAR]

Tensión Nominal: > 250 VAC

Potencia Nominal: > 300 VAR

56.12.- Escribir los valores y unidades finales de la potencia aparente, activa, reactiva y el factor de potencia:

Se obtienen del paso 8.

$$S_F = \frac{P}{\cos \phi_F} = \frac{1000}{0.9} = 1111.11 \text{ [VA]}$$

$P_F = 1000 \text{ [W]}$	$Q_F = 484.3 \text{ [VAR]}$
$S_F = 1111.11 \text{ [VA]}$	$FDP_F = 0.9 \text{ en atraso}$

56.13.- Calcular el fasor corriente total final $I_F(j\omega)$

$$S_F = \dot{V} \cdot \dot{I}_F \implies \dot{I}_F = \frac{S_F}{\dot{V}} = \frac{1111.11 \angle 25.84^\circ}{220 \angle 0^\circ} = 5.05 \angle 25.84^\circ \text{ [A]}$$

$$I_F = 5.05 \angle -25.84^\circ \text{ [A]}$$

$$I_F(j\omega) = 5.05 \angle -25.84^\circ \text{ [A]}$$

56.14.- Escribir la expresión temporal de la corriente final $i_F(t)$:

$$A_M = \sqrt{2} A_{rms} = \sqrt{2} \cdot 5.05 = 7.14 \text{ [A]}$$

$$i_F(t) = 7.14 \cos(314t - 25.84^\circ) \text{ [A]}$$

57.- Una resistencia $R = 30 \text{ } [\Omega]$, se encuentra en paralelo con una bobina de inductancia L [H], sin pérdidas. Determine el valor de la inductancia L para que, al operar con una frecuencia $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$, se cumpla:

57.1.- La parte *resistiva* de la impedancia de la combinación en paralelo sea de $10 \text{ } \Omega$ (2p)

$$Z = \frac{Z_R Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{30 \cdot j\omega L}{30 + j\omega L} = \frac{j30\omega L(30 - j\omega L)}{30^2 + \omega^2 L^2} = \frac{30\omega^2 L^2 + j900\omega L}{30^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\Re[Z] = \frac{30\omega^2 L^2}{900 + \omega^2 L^2} ; \quad \Im[Z] = \frac{j900\omega L}{900 + \omega^2 L^2} ; \quad \Re[Z] = 10 = \frac{30\omega^2 L^2}{900 + \omega^2 L^2}$$

$$\omega^2 L^2 = 450 ; \omega L = \sqrt{450} = 21.21 \Omega ; \quad L = 21.21 \text{ [mH]}$$

57.2.- La parte *reactiva* de la impedancia de la combinación en paralelo sea de $10 \text{ } \Omega$ (2p)

$$\Im[Z] = \frac{900\omega L}{900 + \omega^2 L^2} = 10 ; \quad \omega^2 L^2 - 90\omega L + 900 = 0 ; \quad \omega L = \frac{90 \pm \sqrt{90^2 - 4 \cdot 900}}{2}$$

$$\omega L = 45 \pm 33.54$$

$$\omega L_1 = 78.54 \Omega ; \quad L_1 = 78.54 \text{ [mH]}$$

$$\omega L_2 = 11.46 \Omega ; \quad L_2 = 11.46 \text{ [mH]}$$

57.3.- La *magnitud de la impedancia* de la combinación en paralelo sea de $10 \text{ } \Omega$ (2p)

$$|Y| = \left| \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} \right| = \left| \frac{1}{30} - j \frac{1}{\omega L} \right| = \frac{1}{10} ; \quad \sqrt{\frac{1}{30^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} = \frac{1}{10} ; \quad \sqrt{\frac{1}{900} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{900} + \frac{1}{\omega^2 L^2} = \frac{1}{100} \implies \omega^2 L^2 = \frac{900}{8} ; \quad \omega L = \sqrt{900/8} = 10.61 \Omega ; \quad L = 10.61 \text{ [mH]}$$

58.- La fuente de tensión alterna V_f es:

$$v_f = 14,14 \cos (wt + 45^\circ) \text{ [V] } \text{ y } \text{ la fuente de corriente } I_2 \text{ es } I_2 = 3 \cos wt \text{ [A].}$$

Datos: $Z_1 = j2[\Omega]$, $Z_2 = 2[\Omega]$, $Z_3 = -j4 [\Omega]$

58.1.- Determine la corriente que circula por Z_1 , en el plano complejo (fasor inicial RMS)

58.2.- Determine la corriente que circula por Z_1 , en el plano del tiempo.

$$\dot{V}_f = \frac{14,14}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ [\text{V}_{\text{rms}}] = 10 \angle 45^\circ [\text{V}]$$

$$i_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ [\text{A}] = 2,12 \angle 0^\circ [\text{A}]$$

Método de solución:

Por transformación de fuente de corriente con impedancia en paralelo a fuente de tensión con impedancia en serie, en el plano complejo: (Fig. 58.2).

El circuito resultante es un lazo simple como se muestra en la Fig.58.3

$$V_{\text{eq}} = I_2 \cdot [Z_2 + Z_3]$$

$$Z_2 = 2 - j4[\Omega] = \sqrt{20} \angle \arctg \frac{-4}{2} = \sqrt{20} \angle -63,43^\circ [\Omega]$$

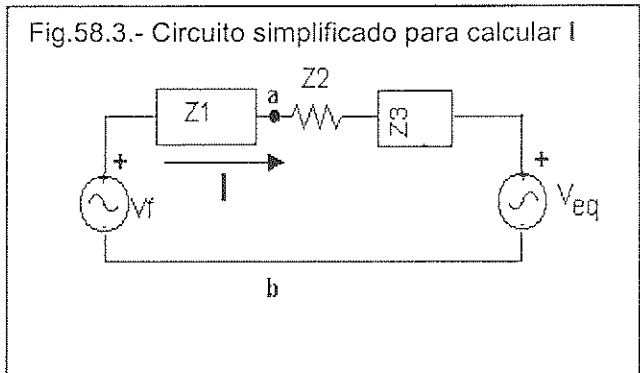
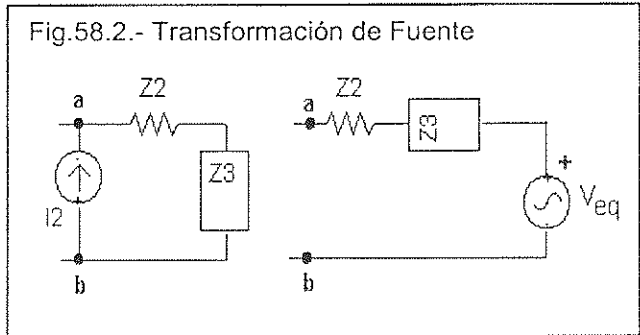
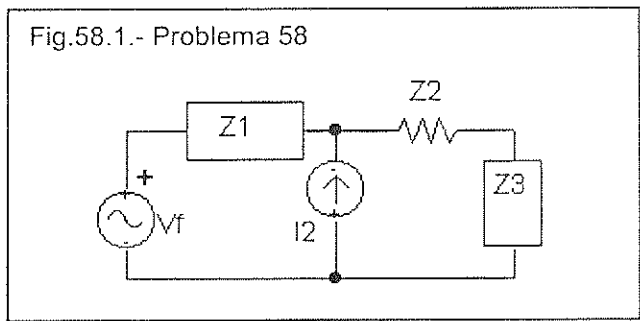
$$V_{\text{eq}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \cdot \sqrt{20} \angle -63,43^\circ = 9,487 \angle -63,43^\circ [\text{V}]$$

$$I = \frac{\dot{V}_f - \dot{V}_{\text{eq}}}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{\dot{V}_f - \dot{V}_{\text{eq}}}{j2 + 2 - j4} = \frac{\dot{V}_f - \dot{V}_{\text{eq}}}{2 - j2}$$

$$\dot{V}_f = 10[\cos 45^\circ + j \text{sen } 45^\circ] = 7,07 + j7,07 [\text{V}]$$

$$V_{\text{eq}} = 9,487[\cos -63,43^\circ - j \text{sen } 63,43^\circ] = 4,02 - j8,485$$

$$\dot{V}_f - \dot{V}_{\text{eq}} = 7,07 - 4,02 + j[7,07 + 8,485] = 3,05 + j15,56 [\text{V}]$$



$$58.1.- I = \frac{3.05 + j15.56}{2 - j2} = \frac{15.86 \angle 78.9^\circ}{2.828 \angle -45^\circ} = \underline{5.61 \angle 123.9^\circ [A_{RMS}]}$$

$$58.2.- i(t) = 5.61\sqrt{2} \cos(\omega t + 123.9^\circ) = \underline{7.93 \cos(\omega t + 123.9^\circ) [A]}$$

59.- Una fuente $v_s(t) = -70,7 \cos(\omega t + 60^\circ) [V]$, alimenta a un circuito RLC en *conexión serie*. Cuando $f = 50 \text{ Hz}$, se tiene: $R = 3[\Omega]$, $Z_L = j 6[\Omega]$, $Z_C = -j 2[\Omega]$.

59.1.- Calcule la *impedancia vista por la fuente* para $f = 50 \text{ Hz}$ (3 p)

$$Z_T = 3 + j(6 - 2) = 3 + j4\Omega \text{ a } 50 \text{ Hz}$$

59.2.- Muestre el *diagrama fasorial* para 50 Hz.

$(\dot{V}_s, \dot{i}, \dot{V}_R, \dot{V}_L, \dot{V}_C)$

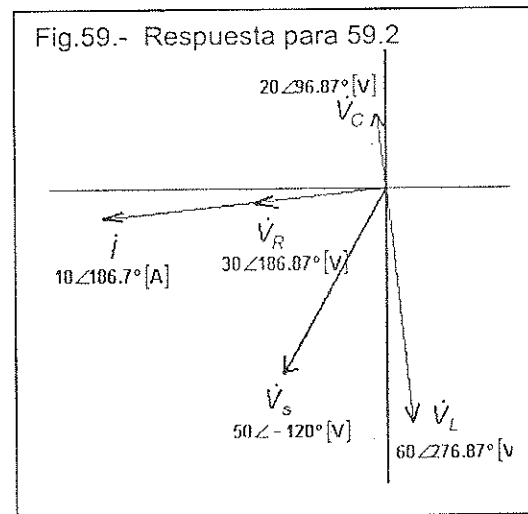
$$\dot{V}_s = \frac{-70.7}{\sqrt{2}} \angle 60^\circ = 50 \angle 60^\circ + 180^\circ = 50 \angle 240^\circ = 50 \angle -120^\circ [V]$$

$$\dot{i} = \frac{50 \angle 240^\circ}{5 \angle 53.13^\circ} = 10 \angle 186.7^\circ [A]$$

$$\dot{V}_L = \dot{i} \cdot Z_L = 10 \angle 186.7^\circ \cdot 6 \angle 90^\circ = 60 \angle 276.87^\circ [V]$$

$$\dot{V}_C = \dot{i} \cdot Z_C = 10 \angle 186.7^\circ \cdot 2 \angle -90^\circ = 20 \angle 96.87^\circ [V]$$

$$\dot{V}_R = \dot{i} \cdot Z_R = 10 \angle 186.7^\circ \cdot 3 \angle 0^\circ = 30 \angle 186.87^\circ [V]$$



59.3.- Expresar la *potencia compleja total* en forma cartesiana y polar para $f = 50 \text{ Hz}$.

$$S_T = \dot{V}_s \cdot \dot{I} = 50 \angle 240^\circ \cdot 10 \angle -186.87^\circ [V] = 500 \angle 53.13^\circ [VA] = 300 + j400 [VA]$$

59.4.- Determine la impedancia serie cuando $f = 100 \text{ [Hz]}$

Cuando $f = 50 \text{ Hz}$, se tiene: $R = 3[\Omega]$, $Z_L = j 6[\Omega]$, $Z_C = -j 2[\Omega]$,

Cuando $f = 100 \text{ Hz}$, se tiene: $R = 3[\Omega]$, $Z_L = j 12 [\Omega]$, $Z_C = -j 1 [\Omega]$.

$$Z_T = 3 + j(12 - 1) = 3 + j11\Omega \text{ a } 100 \text{ Hz}$$

59.5.- Exprese la *potencia compleja total* en forma cartesiana y polar para $f = 100$ Hz

$$Z_T = 3 + j11[\Omega]$$

$$|Z_T| = \sqrt{3^2 + 11^2} = 11.4[\Omega] \quad \varphi_Z = \arctg\left(\frac{11}{3}\right) = 74.74^\circ$$

$$\dot{I} = \frac{50 \angle 240^\circ}{11.4 \angle 74.74^\circ} = 4.38 \angle 165.26^\circ [\text{A}]$$

$$S_T = \dot{V}_s \cdot \dot{I}^* = 50 \angle 240^\circ \cdot 4.38 \angle -165.26^\circ [\text{VA}] = 219 \angle 74.74^\circ [\text{VA}]$$

$$P = 219 \cos(74.74^\circ) = [W] \quad Q = 219 \text{sen}(74.74^\circ) = [\text{VAR}]$$

Ejercicios Resueltos de Electrotecnia

Corriente Alterna - Parte II
Sistemas Polifásicos

Trifásico Equilibrado, Configuraciones Y y Δ , Equivalente monofásico

Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar

Enrique P. Fuentes
Universidad de Tarapacá
Marzo 2006

60.- Una red trifásica, balanceada y simétrica, de secuencia positiva, con $V_1(j\omega) = 220\angle 0^\circ$ [V], alimenta una carga en delta, equilibrada, con $Z_\Delta = 6 + j3[\Omega]$. La impedancia de cada línea es $Z_L = 0,5 + j1 [\Omega]$.

Se pide:

60.1.- Calcular el fasor corriente de la línea N° 2 de la red: $I_2(j\omega)$

$$Z_\Delta = 6.71/26.56^\circ ; \quad Z_Y = Z_\Delta/3 = 2 + j1$$

$$Z_{f1} = 2 + j1 + 0.5 + j1 = 2.5 + j2$$

$$Z_{f1} = 3.2/38.7^\circ [\Omega]$$

$$|I_1(j\omega)| = 220/3.2 = 68.75[A]$$

$$\phi I_2 = -38.7^\circ - 120^\circ = -158.7^\circ$$

$$I_2(j\omega) = 68.75/-158.7^\circ [A]$$

60.2.- Calcular el fasor corriente de la fase $I_{23C}(j\omega)$ en la delta.

$$|I_{12C}(j\omega)| \frac{I_1}{\sqrt{3}} = \frac{68.75}{\sqrt{3}} = 39.7[A];$$

$$\phi I_{23} = \phi I_1 + 30^\circ - 120^\circ = -128.7^\circ$$

$$I_{23C}(j\omega) = 39.7/-128.7^\circ [A]$$

60.3.- Calcular el fasor voltaje en la fase 12 de la delta:

$$V_{12C}(j\omega) = I_{12} \cdot Z_\Delta = 39.7/-8.7^\circ \cdot 6.7/26.56^\circ = 266.3/17.87^\circ [V]$$

$$V_{12C}(j\omega) = 266.3/17.87^\circ [V]$$

61.- Una fuente trifásica en estrella, con un voltaje de fase de 220 Vrms, alimenta a una carga conectada en delta, constituida por impedancias $Z = 30\angle 45^\circ$ ohms, en cada fase. V1 es origen de fase y la secuencia es positiva. Se pide:

61.1.- Determinar las corrientes de línea.

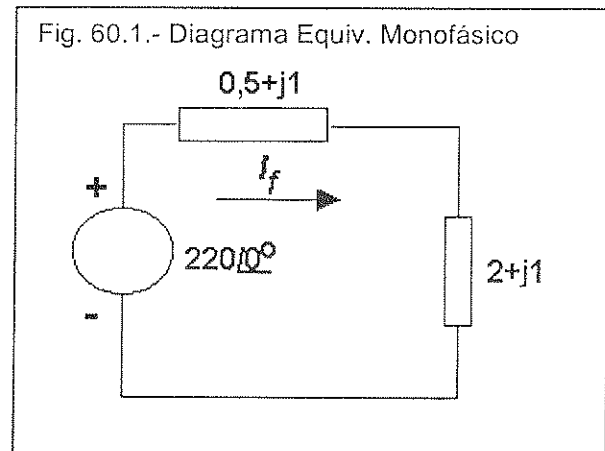
$$V_1 = 220/0^\circ$$

$$V_{12} = 220\sqrt{3}\angle 30^\circ = 380/30^\circ [V]$$

$$I_1 = \frac{220}{30/3} / 0^\circ - 45^\circ = 22/-45^\circ [A]$$

$$I_2 = \frac{220}{30/3} / -120^\circ - 45^\circ = 22/-165^\circ [A]$$

$$I_3 = \frac{220}{30/3} / 120^\circ - 45^\circ = 22/75^\circ [A]$$



61.2.- Diagrama fasorial de tensiones y corrientes en la carga.

$$V_{12} = 220\sqrt{3}/+30^\circ = 380/+30^\circ \text{ V}$$

$$V_{23} = 220\sqrt{3}/-90^\circ = 380/-90^\circ \text{ V}$$

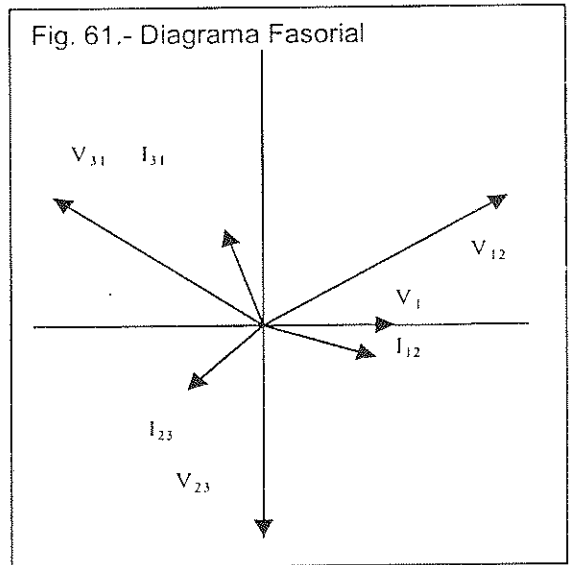
$$V_{31} = 220\sqrt{3}/+150^\circ = 380/+150^\circ \text{ V}$$

$$I_{12} = V_{12}/Z_{\Delta} = 380/+30^\circ/30/+45^\circ = 12.7/-15^\circ \text{ A}$$

$$I_{23} = 12.7/-135^\circ \text{ A}$$

$$I_{31} = 12.7/+105^\circ \text{ A}$$

Fig. 61.- Diagrama Fasorial



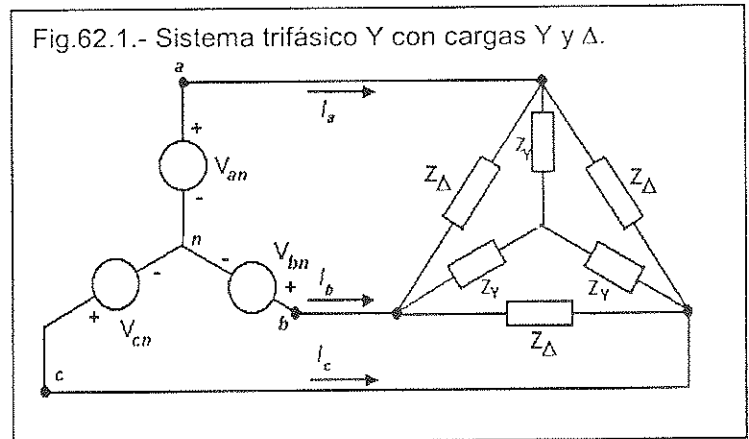
62.- Un sistema trifásico balanceado y simétrico de secuencia positiva, alimenta dos sistemas de cargas equilibradas conectadas en paralelo:

Z1 es una carga en Y, en la cual $Z_Y = 2 + j3 \text{ } [\Omega]$

Z2 es una carga en Δ , en la cual $Z_{\Delta} = 3 - j6 \text{ } [\Omega]$

La tensión de fase V_{an} tiene un valor eficaz de $220[V]$, frecuencia de $50[Hz]$

Fig.62.1.- Sistema trifásico Y con cargas Y y Δ .



62.1.- Calcular y dibujar el **equivalente monofásico**

Sea Z_{eq} el Equivalente Y de $Z_{\Delta} = 3 - j6 \text{ } [\Omega]$

$$Z_{eq} = Z_Y / 3 = 1 - j2 \text{ } [\Omega]$$

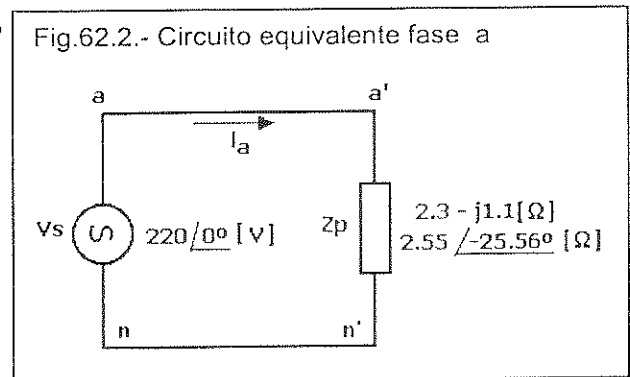
$$Z_p = Z_Y // Z_{eq} = \frac{Z_Y \cdot Z_{eq}}{Z_Y + Z_{eq}} = \frac{(2 + j3)(1 - j2)}{(2 + j3) + (1 - j2)}$$

$$Z_p = \frac{(8 - j)(3 - j)}{10} = 2.3 - 1.1j \text{ } [\Omega];$$

$$Z_p = 2.55 \angle -25.56^\circ [\Omega]$$

$$V_s = 220 \angle 0^\circ [V]$$

Fig.62.2.- Circuito equivalente fase a



62.2.- Calcular la magnitud de la **corriente por una rama Z_{Δ}**

$$|I_{\Delta}| = \frac{|V_{\Delta}|}{|Z_{\Delta}|} = \frac{220\sqrt{3}}{\sqrt{9+36}} = \frac{381.05}{6.708} = \underline{56.8[A_{RMS}]}$$

62.3.- Expresar los fasores de **corrientes de línea I_a, I_b, I_c** en módulo y ángulo, con sus respectivas unidades.

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_p} = \frac{220\angle 0^{\circ}}{2.55\angle -25.56^{\circ}} = \underline{86.27\angle 25.56^{\circ}[A_{RMS}]}$$

$I_b = I_a$ atrasado en 120° (secuencia positiva)

$I_c = I_a$ adelantado en 120° (secuencia positiva)

Corriente	Magnitud	Fase
Línea	A_{RMS}	Grados
I_a	86.27	25.56°
I_b	86.27	-94.44°
I_c	86.27	145.5°

63.- La red representada en la Fig.63 es suministrada por una fuente trifásica balanceada de tensión de 380/220 Vrms, 50 Hz. El sistema de cargas es equilibrado y está constituido por C-1, C-2 y la carga en Δ cuya Z es $3+j3[\Omega]$.

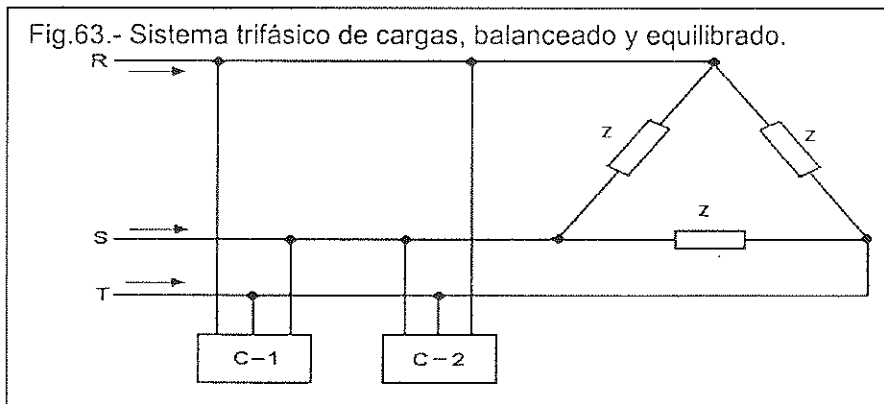


Fig.63.- Sistema trifásico de cargas, balanceado y equilibrado.

Se sabe que C-1 demanda una $S1 = 100[kVA]$, con un $\cos(\phi_1) = 0.8$ en adelante y C-2 demanda una $P2 = 100 [kW]$, con un $\cos(\phi_2) = 0.8$ en atraso. Determinar:

63.1.- Potencias totales aparente, activa y reactiva de C-1.

$$S1 = 100 \text{ kVA}$$

$$P1 = S1 \cos(\phi_1) = 80 \text{ kW}$$

$$Q1 = S1 \sin(\phi_1) = -60 \text{ kVAR}$$

$S1 = 100$	[kVA]
$P1 = 80$	[kW]
$Q1 = -60$	[kVAR]

63.2.- Magnitud de cada corriente de línea en C-1

$$I1 = \frac{S1}{\sqrt{3} \cdot V_s} = \frac{100000}{1.732 \cdot 380} = 152[A]$$

$I1R = 152$	[A]
$I1S = 152$	[A]
$I1T = 152$	[A]

63.3.- Potencias totales aparente, activa y reactiva de C-2.

$$S_2 = \frac{P_2}{\cos(\phi_2)} = \frac{100000}{0.8} = 125[kVA]$$

$$P_2 = 100[kW]$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin(\phi_2) = 125 \cdot 0.6 = 75[kVAR]$$

S ₂ =	125	[kVA]
P ₂ =	100	[kW]
Q ₂ =	75	[kVAR]

63.4.- Magnitud de cada corriente de línea en C-2

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3} \cdot V_S} = \frac{125000}{1.732 \cdot 380} = 190[A]$$

I _{2R} =	190	[A]
I _{2S} =	190	[A]
I _{2T} =	190	[A]

63.5.- Potencias totales aparente, activa y reactiva en ZΔ.

$$I_{F\Delta} = \frac{V_S}{Z} \Rightarrow I_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot I_{F\Delta} = \frac{\sqrt{3} \cdot 380}{\sqrt{18}} = 155.13[A]$$

$$\operatorname{tg}(\phi_Z) = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow \cos(\phi_Z) = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

$$P_{\Delta} = \sqrt{3} V_S I_{\Delta} \cos(\phi_Z) = 1.732 \cdot 380 \cdot 155.13 \cdot 0.707 = 72.18[kW]$$

$$Q_{\Delta} = \sqrt{3} V_S I_{\Delta} \sin(\phi_Z) = 1.732 \cdot 380 \cdot 155.13 \cdot 0.707 = 72.18[kVAR]$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{P_{\Delta}^2 + Q_{\Delta}^2} = \sqrt{72.18^2 + 72.18^2} = 102.08[kVA]$$

S _Δ =	102.08	[kVA]
P _Δ =	72.18	[kW]
Q _Δ =	72.18	[kVAR]

63.6.- Corrientes de línea suministradas a ZΔ

$$I_{F\Delta} = \frac{V_S}{Z} \Rightarrow I_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot I_{F\Delta} = \frac{\sqrt{3} \cdot 380}{\sqrt{18}} = 155.13[A]$$

I _{ΔR} =	155.13	[A]
I _{ΔS} =	155.13	[A]
I _{ΔT} =	155.13	[A]

63.7.- Balance de potencia total suministrada a la red.

$$P_T = P_1 + P_2 + P_{\Delta} = 80 + 100 + 72 = 252 [kW]$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_{\Delta} = -60 + 75 + 72 = 87 [kVAR]$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{252^2 + 87^2} = 266.6[kVA]$$

P _T =	252 [kW]
Q _T =	87 [kVAR]
S _T =	266.6 [kVA]

63.8.- Factor de potencia del sistema de cargas.
(indicar si es en atraso o adelanto)

$$\cos(\phi_r) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{252}{266.6} = 0.945$$

cos(φ _r) = 0.945 en atraso
--

63.9.- Potencia reactiva total final para un $\cos(\phi_f) = 0.99$ en atraso
(indicar + si es inductiva, - si es capacitiva)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\phi_f) &= \frac{Q_f}{P_T} = \operatorname{tg}(\arccos(0.99)) \Rightarrow Q_f = 252 \cdot \operatorname{tg}(8.11^\circ) \\ &= 252 \cdot 0.1425 = 35.9 \text{ [kVAR]} \end{aligned}$$

$Q_f = +35.9 \text{ [kVAR]}$

63.10.- Potencia reactiva total Q_c que debe agregarse para un $\cos(\phi_f) = 0.99$ en atraso
(indicar + si es inductiva, - si es capacitiva)

$$\begin{aligned} Q_T + Q_c &= Q_f \Rightarrow Q_c = Q_f - Q_T \\ &= 35.9 - 87.2 = -51.3 \text{ [kVAR]} \end{aligned}$$

$Q_c = -51.3 \text{ [kVAR]}$

63.11.- Especificar el tipo de componente (capacitor o reactor) para configurar una carga en Δ ,
necesaria para corregir el $\cos(\phi_f)$ a 0.99 en atraso.

$$Q_{CF} = \frac{Q_c}{3} = -17.1 \text{ [kVAR]} \text{ (cada rama del } \Delta \text{)}$$

$$Q_{CF} = -V_s^2 \cdot \omega \cdot C$$

$$C = \frac{17100 \cdot 10^6}{380^2 \cdot 314} \text{ [\mu F]}$$

$$I_c = \omega C V_s = 314 \cdot 377 \cdot 10^{-6} \cdot 380 = 45 \text{ [A]}$$

Componente:	Capacitor
Valor:	376.9 [μ F]
Pot. Aparente:	20 [kVA]
Corriente Máx.:	50 [A]

63.12.- Magnitud de cada corriente de línea R, suministrada por la fuente antes y después de
corregir el $\cos(\phi)$.

$$S = \sqrt{3} V_L I_L \quad I_L = \frac{S}{\sqrt{3} V_L}$$

$$S_T = 266.6 \text{ [kVA]} \quad S_f = \sqrt{252.2^2 + 35.9^2} = 254.8 \text{ [kVA]}$$

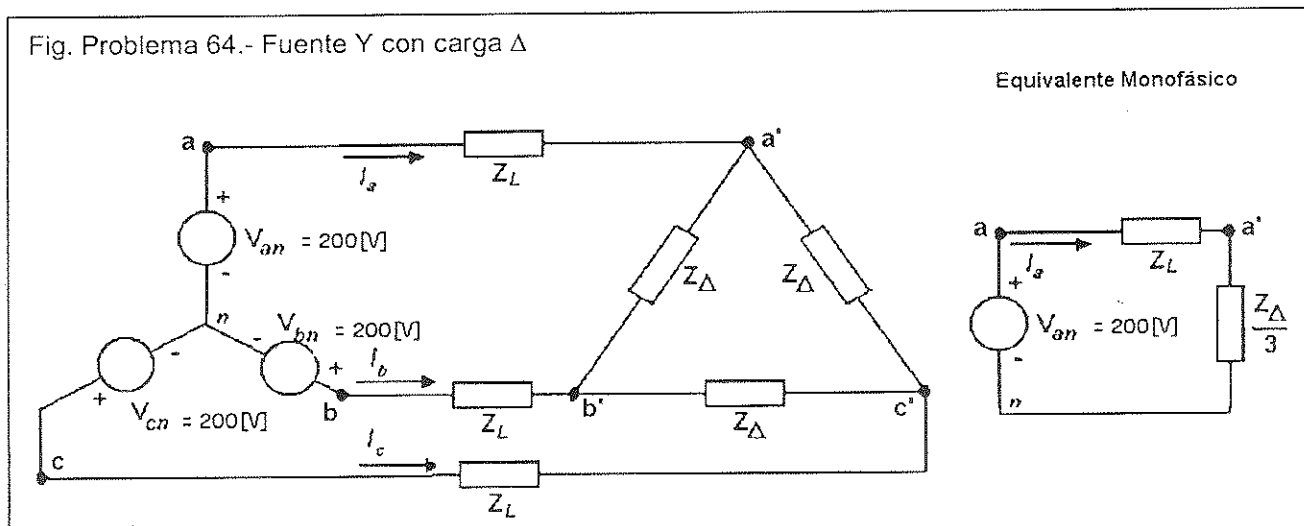
$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3} V_L} = \frac{254800}{\sqrt{3} \cdot 380} = 387 \text{ [A]}$$

$I_R = 405 \text{ [A]}$
$I_{Rf} = 387 \text{ [A]}$

64.- Una carga constituida por tres impedancias idénticas $Z_{\Delta} = 3,6 + j 4,2 \Omega$ se conectan en triángulo a una fuente trifásica, balanceada, de 200 V r.m.s. de voltaje de línea. La carga se conecta mediante tres líneas idénticas, cada una con una impedancia $Z_L = 0.8 + j0.6 \Omega$. Considere V_a como referencia de fase.

- 64.1.- Calcular y expresar fasorialmente las corrientes de línea.
- 64.2.- Calcular y expresar fasorialmente la tensión en los terminales de la carga.
- 64.3.- Determinar la potencia activa suministrada por la fuente trifásica.
- 64.4.- Determinar la potencia reactiva absorbida por la carga.

Fig. Problema 64.- Fuente Y con carga Δ



Solución

64.1.- Trabajando en el equivalente monofásico, se tiene:

$$Z = Z_L + \frac{Z_{\Delta}}{3} = (0.8 + j0.6) + (1.2 + j1.4) = 2 + j2 = 2\sqrt{2}\angle 45^{\circ}$$

$$I_a = \frac{V_a}{Z} = \frac{200\angle 0^{\circ}}{2\sqrt{2}\angle 45^{\circ}} = 70.71\angle -45^{\circ} [A] \quad I_b = \frac{V_b}{Z} = 70.71\angle 75^{\circ} [A] \quad I_c = \frac{V_c}{Z} = 70.71\angle 195^{\circ} [A]$$

64.2.- Magnitud de la tensión en la carga

$$|V_{a'b'}| = |I_{ab}| \cdot |Z_{ab}| = \frac{70.71}{\sqrt{3}} \cdot 5.53 = 225.8 [V]$$

$$\text{Fase de la tensión } V_{a'b'} = \text{Fase de } I_{a'b'} + \text{Fase de } Z_{a'b'} = -45^{\circ} + 30^{\circ} + 49.4^{\circ} = 34.4^{\circ}$$

$$\therefore V_{a'b'} = 225.8\angle 34.4^{\circ} [V], \quad V_{b'c'} = 225.8\angle 154.4^{\circ} [V], \quad V_{c'a'} = 225.8\angle 274.4^{\circ} = 225.8\angle -85.6^{\circ} [V]$$

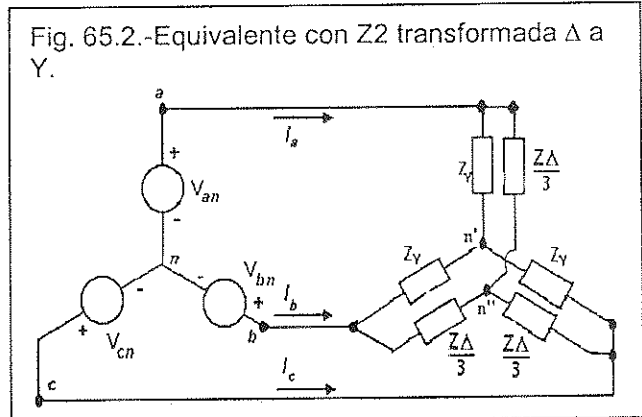
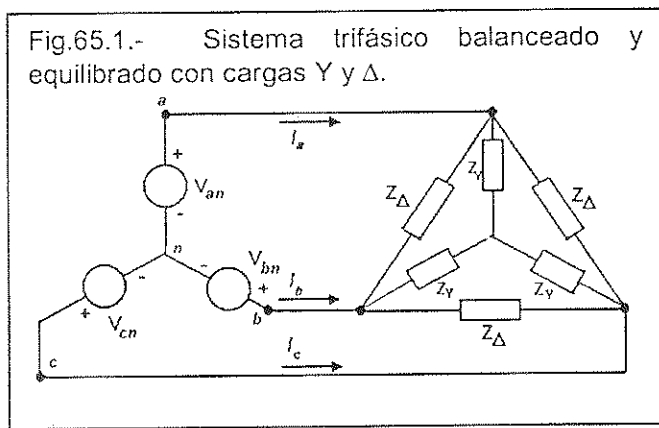
64.3.- $P = 3 \cdot V_a \cdot I_a \cdot \cos \varphi$; $\cos \varphi = \cos \varphi_Z = 0.7071$; $P = 3 \cdot 200 \cdot 70.71 \cdot 0.7071 = 30000 = 30 [kW]$

64.4.- $Q_{Z_{\Delta}} = Q - Q_L$; $Q_L = 3 \cdot I_a^2 \cdot X_L = 70.71^2 \cdot 0.6 = 9000 = 9 [kVAR]$

$$Q = 3 \cdot I_a^2 \cdot X_T = 3 \cdot 70.71^2 \cdot 2 = 30000 = 30 [kVAR]$$

$$Q_{Z_{\Delta}} = Q - Q_L = 30 - 9 = 21 [kVAR]$$

65.-Un sistema trifásico balanceado y simétrico de secuencia positiva, alimenta dos sistemas de cargas equilibradas conectadas en paralelo: Z1 es una carga en Y, en la cual $Z_Y = 2 + j3 [\Omega]$; Z2 es una carga en Δ , en la cual $Z_\Delta = 3 - j6 [\Omega]$. La tensión de fase V_{an} tiene un valor eficaz de 220[V], frecuencia de 50[Hz]



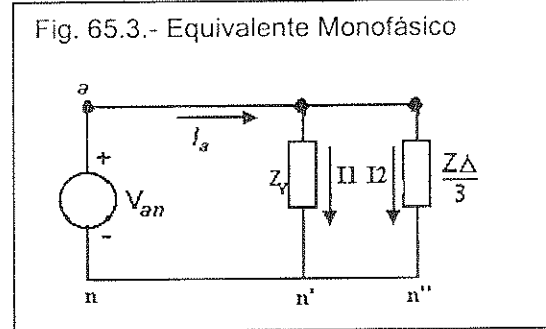
65.1.- Expresar los fasores de **corrientes de línea Ia, Ib, Ic** en módulo y ángulo, con sus respectivas unidades.

$$I_a = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{V_{an}}{Z_Y} = \frac{220}{2 + j3} = \frac{220 \cdot (2 - j3)}{4 + 9} = 33.84 - j50.77 [A]$$

$$I_2 = \frac{V_{an}}{Z\Delta/3} = \frac{220}{1 - j2} = \frac{220 \cdot (1 + j2)}{1 + 4} = 44.0 + j88 [A]$$

$$|I_a| = \sqrt{77.84^2 + 37.23^2} = 86.28; \phi = \arctg \frac{37.23}{77.84} = 25.56^\circ$$



	A rms	ϕ
Ia	86.28	25.56°
Ib	86.28	-94.45°
Ic	86.28	145.55°

65.2.- Determinar la magnitud de la **potencia activa total** suministrada por la fuente.

$$P_T = 3V_\phi I_\phi \cos \phi = 3 \cdot 220 \cdot 86.28 \cdot \cos(25.56) = 51358 [W]$$

(FDP = $\cos \phi = 0.902$ en adelanto)

$$P_{total} = 51.36 [kW]$$

65.3.- Determinar la magnitud y signo de la **potencia reactiva total**.

$$Q_T = 3V_\phi I_\phi \sin \phi = 3 \cdot 220 \cdot 86.28 \cdot \sin(-25.56) = -24557 [VAR]$$

$$Q_{total} = -24.56 [kVAR]$$

65.4.- Especificar el componente que es necesario conectar entre cada par de líneas para un $FDP = 1$.

$$V_L = 220\sqrt{3} = 381.05[V]; \text{ se debe compensar } \frac{-24557}{3}[VAR],$$

con +8185.7 [VAR] (inductivos) en cada par de líneas:

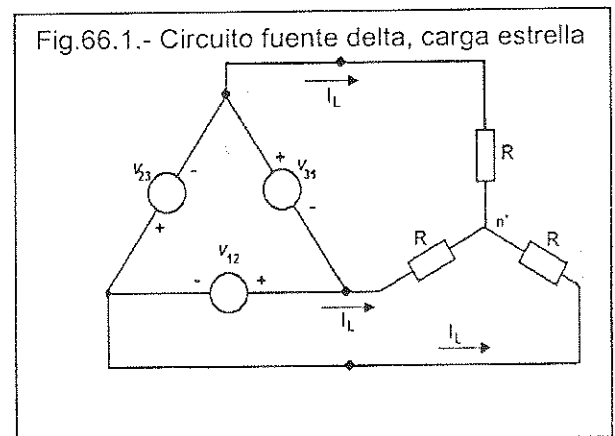
Componente: L
Valor: 56.5[mH]

$$\frac{V_L^2}{\omega L} = 8185.7 [VAR], \quad L = \frac{381.05^2}{314 \cdot 8185.7} = 0.05647[H] = 56.5[mH]$$

66.- Se tiene una fuente trifásica, con $V_{12} = 200\angle 0^\circ [V_{rms}]$ y $f = 50 [Hz]$. A estas tensiones se conecta una carga trifásica en *estrella*, cada $R_Y = 200 [\Omega]$. Se pide:

66.1.- Dibujar el esquema circuital de la conexión.

Ver Fig. 66.1



66.2.- Calcular las tres corrientes de fase en la carga (Forma Polar y Cartesiana)

$$I_f = \frac{\dot{V}_1}{R}; \dot{V}_1 = \frac{\dot{V}_{12}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = \frac{200}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ =$$

$$\dot{V}_1 = 115.47 \angle -30^\circ [V]$$

Luego, en forma polar:

$$I_{f1} = \frac{200 \angle -30^\circ}{\sqrt{3} \cdot 200 \angle 0^\circ} = 0.577 \angle -30^\circ [A]$$

$$I_{f2} = 0.577 \angle -150^\circ [A]$$

$$I_{f3} = 0.577 \angle 90^\circ [A]$$

En coordenadas ortogonales:

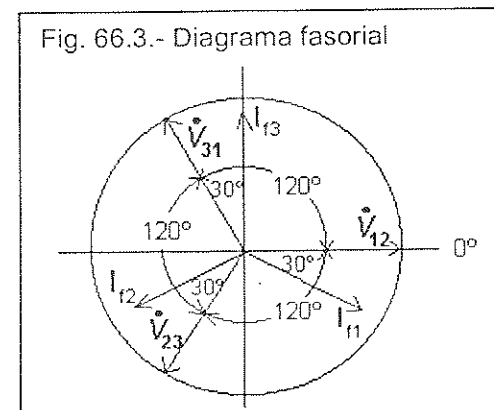
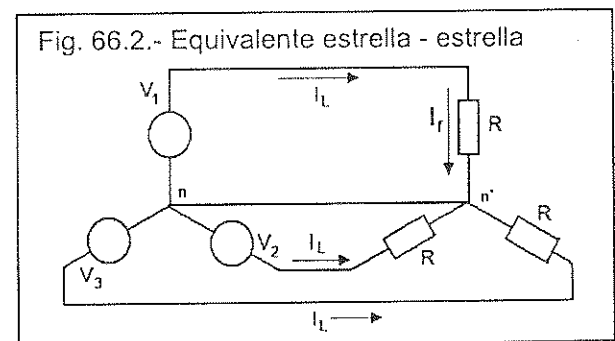
$$I_{f1} = 0.577 \angle -30^\circ [A] = 0.577(\cos -30^\circ - j \sin 30^\circ) = 0.5 - j0.29 [A]$$

$$I_{f2} = 0.577 \angle -150^\circ [A] = 0.577(\cos -150^\circ - j \sin 150^\circ) = -0.5 - j0.29 [A]$$

$$I_{f3} = 0.577 \angle 90^\circ [A] = 0.577(\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ) = 0 + j0.577 [A]$$

66.3.- Dibujar el diagrama fasorial (Tensiones y corrientes).

Ver Fig. 66.3



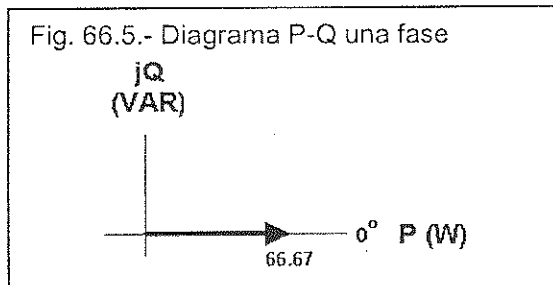
66.4.- Calcular las tres corrientes de línea (Forma Polar y Cartesiana).
 Son las mismas en este caso que lo calculado en el punto 66.2

66.5.- Dibujar el diagrama P-Q para una fase.

$$S = \frac{\dot{V}^2}{Z^*} = \frac{200^2}{3 \cdot 200} = \underline{66.7[W] + j0[VAR]}$$

66.6.- Calcular la potencia compleja total (Forma Polar y Cartesiana)

$$S_T = 3 \cdot S = \underline{200[W]} \text{ (Cartesiana)} = \underline{200 \angle 0^\circ [VA]} \text{ (Polar)}$$



67.- Un sistema trifásico balanceado y simétrico, tensión de línea 380 V / 50 Hz, alimenta a dos cargas equilibradas, conectadas en paralelo.
 La carga "uno" es una *estrella* conformada por $Z_Y = 2 + j3$. La carga "dos" es una *delta* formada por $Z_\Delta = 3 - j6$. La impedancia de la línea es de $Z_L = 0,5 + j2$. Se pide :

67.1.- Calcular las potencias activa y reactiva totales.

$$Z_P = Z_Y // Z_\Delta / 3; Z_\Delta / 3 = 1 - j2$$

$$Z_P = \frac{(2 + j3) \cdot (1 - j2)}{2 + j3 + 1 - j2} = \frac{2 - j4 + j3 + 6}{3 + j1}$$

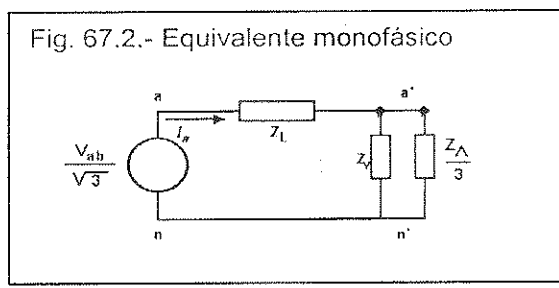
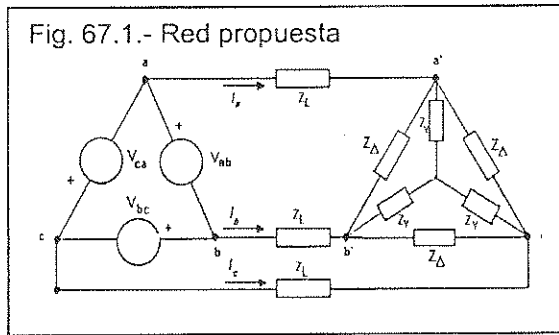
$$Z_P = \frac{8 - j1}{3 + j1} = \frac{(8 - j1) \cdot (3 - j1)}{10} = \frac{24 - j8 - j3 - 1}{10} = 2.3 - j1.1$$

$$Z_T = 0.5 + j2 + 2.3 - j1.1 = 2.8 + j0.9 = 2.94 \angle 17.82^\circ$$

$$S = 3 \cdot V_L I_L = 3 \cdot \frac{380 \cdot 380}{3 \cdot Z_T} = 49115.6 [VA]$$

$$P = S \cos (17.82) = 46759.2 [W]$$

$$Q = S \sin (17.82) = 15030.7 [VAR]$$



67.2.- Determinar el tipo y valor de componente a conectar en paralelo con la delta para un $\cos \phi_{total} = 1$.

Sea $Z_X = \frac{Z_C}{3}$, compensación para $\cos \phi = 1$ en el equivalente monofásico

$Z_F = Z_L + Z_p // Z_X$, con la condición:

$$\Im m[Z_F] = 0$$

$$Z_{p'} = Z_p // Z_X = \frac{(2.3 - j1.1)(jX)}{2.3 - j1.1 + jX}$$

$$Z_{p'} = \frac{1.1X + j2.3X}{2.3 - j(1.1 - X)}$$

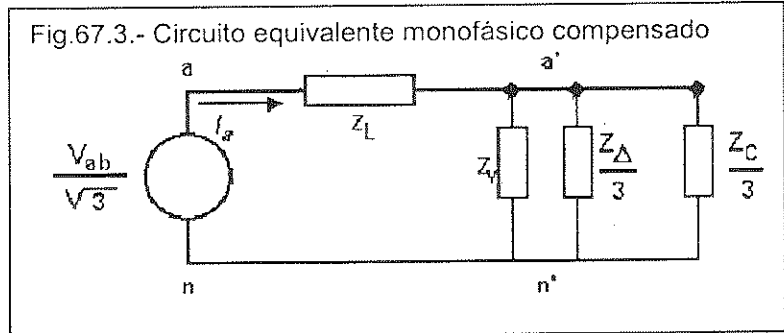
$$Z_F = 0.5 + j2 + \frac{1.1X + j2.3X}{2.3 - j(1.1 - X)}$$

$$Z_F = \frac{1.15 - j0.55 + j0.5X + j4.6 + 2.2 - 2X}{2.3 - j(1.1 - X)} = \frac{3.35 + j(4.05 + 0.5X)}{2.3 - j(1.1 - X)}$$
; igualando a cero la parte

imaginaria:

$4.05 + 0.5X = 0 \implies X = -8.1\Omega$, entonces $Z_C = 3Z_X$, por lo tanto se requiere de 3 capacitores,

cada uno de $\frac{1}{2\pi f 3X}$ [F], es decir: $C = \frac{1000}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 3 \cdot 8.1}$ [mF] = 0.131 [mF] = 131 [μF]



68.- Una fuente trifásica en estrella, con un voltaje de fase de 220 Vrms, alimenta a una carga conectada en delta, constituida por impedancias $Z = 30\angle 45^\circ$ ohms, en cada fase. V1 es origen de fase y la secuencia es positiva. Se pide:

68.1.- Determinar las corrientes de línea.

$$V_1 = 220\angle 0^\circ$$

$$V_{12} = 220\sqrt{3}\angle +30^\circ = 380\angle +30^\circ \quad I_1 = \frac{220}{30/3} \angle 0^\circ - 45^\circ = 22\angle -45^\circ$$

$$I_2 = \frac{220}{30/3} \angle -120^\circ - 45^\circ = 22\angle -165^\circ \quad I_3 = \frac{220}{30/3} \angle 120^\circ - 45^\circ = 22\angle 75^\circ$$

68.2.- Diagrama fasorial de tensiones y corrientes en la carga.

$$V_{12} = 220\sqrt{3}/+30^\circ = 380/+30^\circ \text{ V}$$

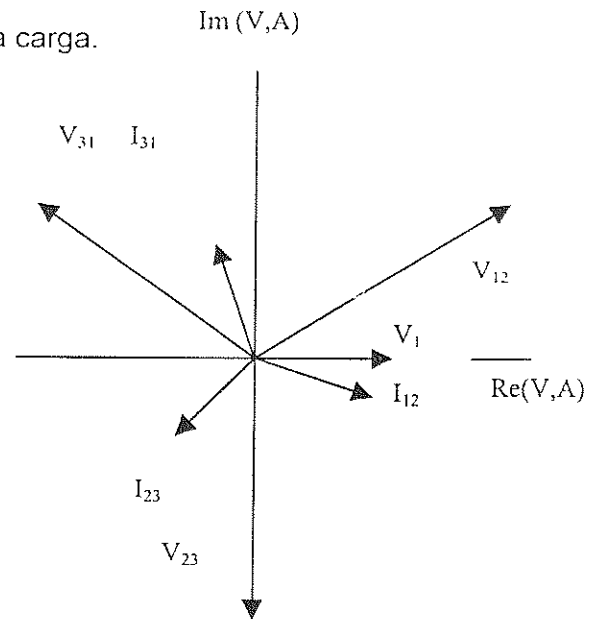
$$V_{23} = 220\sqrt{3}/-90^\circ = 380/-90^\circ \text{ V}$$

$$V_{31} = 220\sqrt{3}/+150^\circ = 380/+150^\circ \text{ V}$$

$$I_{12} = V_{12}/Z_{\Delta} = 380/+30^\circ/30/+45^\circ = 12.7/-15^\circ \text{ A}$$

$$I_{23} = 12.7/-135^\circ \text{ A}$$

$$I_{31} = 12.7/+105^\circ \text{ A}$$



69.- Una red trifásica, balanceada y simétrica con $V_{1n}(j\omega) = 220\angle 0^\circ$ [V], alimenta dos cargas trifásicas equilibradas A y B conectadas en paralelo:

-La carga A es estrella con cada $Z_Y(j\omega) = 3 - j4[\Omega]$.

-La carga B es delta con cada $Z_{\Delta}(j\omega) = 4 + j3[\Omega]$.

Responda V o F a las afirmaciones de la Tabla:

Solución:

$$Z_Y(j\omega) = 3 - j4 = 5\angle -53.13^\circ [\Omega]; \quad Z_{\Delta} = 4 + j3 = 5\angle 36.86^\circ [\Omega]; \quad Z_{\Delta Y} = 1.33 + j1 = 1.67\angle 36.86^\circ [\Omega]$$

$$Y_Y = 0.2 \angle 53.13^\circ [\text{S}]; \quad Y_{\Delta Y} = 0.6 \angle -36.86^\circ [\text{S}]; \quad Y_T = Y_Y/Y_{\Delta Y} = 0.2 \angle 53.13^\circ [\text{S}] + 0.6 \angle -36.86^\circ [\text{S}]$$

$$Y_T = 0.2 \cos 53.13^\circ + 0.6 \cos -36.86^\circ + j 0.2 \sin 53.13^\circ - j 0.6 \sin 36.86^\circ = 0.6 - j0.2 [\text{S}]$$

$$Z_T = 1/Y_T = \frac{1}{0.6 - j0.2} = \frac{0.6 + j0.2}{0.36 + 0.04} = 1.5 + j0.5[\Omega]; \quad Z_T = 1.58 \angle 18.43^\circ [\Omega]$$

Nº	Afirmación	V/F
1.	Si $V_{2n}(j\omega) = 220\angle -120^\circ$ [V] y $V_{3n}(j\omega) = 220\angle +120^\circ$ [V], la secuencia es positiva	V
2.	$V_{23}(j\omega) = 220\sqrt{3}\angle 0^\circ$ [V], falso, $V_{23}(j\omega) = 220\sqrt{3}\angle -90^\circ$ [V] = $381.05\angle -90^\circ$ [V]	F
3.	La magnitud de corriente de línea es igual a 88 Amperes $220/1.58 = 139.2$ [A]	F
4.	La magnitud de la corriente en cada Z_{Δ} es 44 Amperes, falso $381/5=76.2$ [A]	F
5.	La magnitud de la corriente en cada Z_Y es 44 Amperes, $220/5 = 44$ [A]	V
6.	El factor de potencia de la carga equivalente Δ total es en atraso (inductivo)	V

Ejercicios Resueltos de Electrotecnia

Corriente Alterna - Parte III
Transformadores

Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar

Enrique P. Fuentes
Universidad de Tarapacá
Marzo 2006

70.- Para ensayar un **transformador ideal**, cuya relación de transformación ($a = N1/N2$) es desconocida, se conecta al devanado marcado N1 una tensión conocida **V de 200 Vrms**, frecuencia $f = 50 \text{ Hz}$ y se carga el devanado marcado N2 con una resistencia conocida **R de 100 ohms**. La corriente a través del devanado marcado N1 en esta situación es de **0.25 A**. Se pide:

70.1.- Determinar la **relación de transformación** .

70.2.- Determinar la **potencia disipada** en la resistencia.

70.3.- Calcular la **potencia disipada** en la resistencia, si R se conecta a N1 y V se conecta a N2.

70.4.- Determinar la **relación de transformación** si $f = 100 \text{ Hz}$.

Solución:

$$V \cdot I = 200 \cdot 0.25 = 50 \text{ W} \qquad \text{Potencia disipada en la carga} = V_2^2 / R$$

$$70.1.- V_2 = \sqrt{50 \cdot 100} = \sqrt{5000} = 70.7 \text{ [V]}$$

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{200}{70.7} = 2.83$$

$$70.2.- P = V \cdot I = 200 \cdot 0.25 = 50 \text{ W}$$

70.3.-

$$V_1 / V_2 = N_1 / N_2 \implies V_1 = a V_2 \implies V_1 = 2.83 \cdot 200 = 566 \text{ V}$$

$$P = V_1^2 / R = 3203.6 \text{ W}$$

70.4.- $a = 2.83$, independiente de la frecuencia

71.- Una fuente monofásica ideal, con un voltaje de fase $V_1 = 220 \text{ volts}$, se conecta a una carga de impedancia $Z = 30 \angle 60^\circ \text{ ohms}$ a través de un transformador cuya relación de transformación es $a = 2$. V_1 es origen de fase. Se pide:

71.1.- Determinar la corriente en la carga.

Reflejando la carga al primario: $Z_2 = Z$

$$Z_1 = a^2 Z_2 ; Z_1 = 4 \cdot 30 \angle 60^\circ = 120 \angle 60^\circ$$

$$I_1 = \frac{220 \angle 0^\circ}{120 \angle 60^\circ}; I_1 = 1.83 \text{ [A]}; I_2 = a \cdot I_1 = \underline{3.66 \angle -60^\circ \text{ [A]}}$$

71.2.- Determinar el Factor de Potencia en el primario (lado de la fuente) y en el secundario (lado de la carga)

$$\cos \phi_1 = \cos \phi_2 = \cos(-60^\circ) = 0.5 \text{ en atraso}$$

71.3.- Determinar la potencia suministrada.

$$P = V \cdot I \cdot \cos \phi = 220 \cdot 1.83 \cdot \cos 60^\circ \text{ [W]} = \underline{201.3 \text{ [W]}}$$

72.- Una carga de 50 ohms se desea conectar a una fuente de 100V cuya impedancia interna es de 5 ohms. Determinar :

72.1.- La corriente I_{fuente} que circula si se conecta la carga en serie con la fuente (sin transformador).

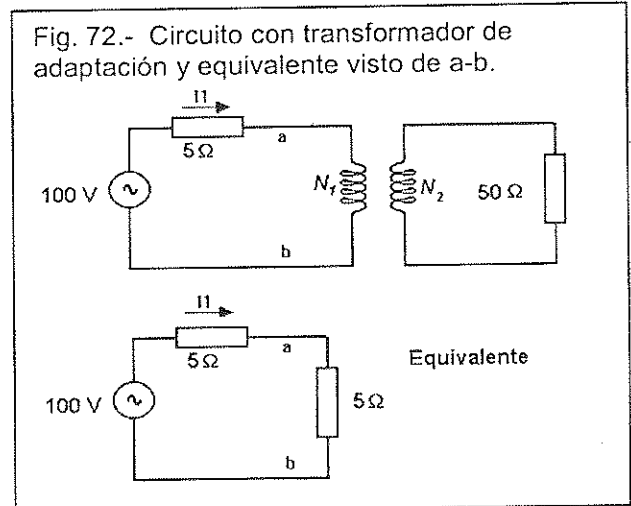
$$I_{fuente} = 100/(5+50) = 100/55 = \underline{1.82 [A]}$$

72.2.- La relación de transformación $a = N_1/N_2$ de un transformador que adapta la carga a la fuente, para máxima transferencia de potencia.

$$a = N_1/N_2$$

$$a^2 Z_2 = Z_1; Z_1 = 5, Z_2 = 50 \implies$$

$$a^2 = 5/50 = 0.1; a = \sqrt{0.1} = \underline{0.316}$$



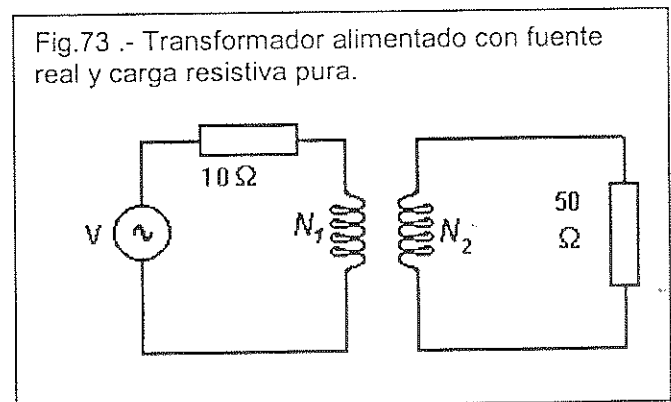
72.3.- La corriente I_{fuente} adaptada que suministra la fuente si la carga se conecta usando el transformador de adaptación.

(Resistencia reflejada al primario del transformador = 5 ohms)

$$I_{fuente} = 100/10 = \underline{10[A]}$$

73.- Al primario del transformador se ha conectado una fuente real cuya impedancia serie es de 10 ohms resistivos. El secundario se ha cargado con 50 ohms (resistencia pura), como se ilustra en la Fig.73.

73.1.- Determinar la cantidad de espiras del secundario, si el primario tiene 500 espiras, para que la transferencia de potencia sea máxima.



La impedancia vista por el primario debe ser 10Ω.

$$a^2 Z_2 = Z_1$$

$$a = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} = \sqrt{\frac{10}{50}} = 0.447 = \frac{N_1}{N_2} \implies N_2 = \frac{500}{0.447} = 1118.6 \rightarrow \underline{1119 \text{ espiras}}$$

73.2.- Determinar la *potencia suministrada por la fuente ideal* si $V = 10 \text{ V}_{\text{rms}}$

$$P_{\text{sum}} = \frac{V_s^2}{Z_T} \quad ; \quad Z_T = 10 + 10 = 20\Omega \quad ; \quad P_{\text{sum}} = \frac{100}{20} = \underline{5[\text{W}]}$$

73.3.- Determinar la *potencia disipada en la carga* de 50Ω

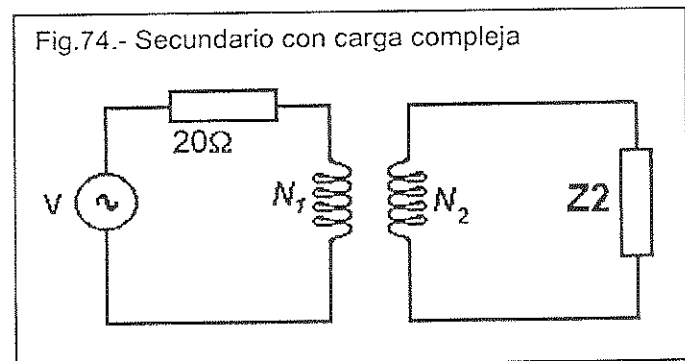
Como el transformador es ideal, no hay pérdidas y la potencia disipada en la carga es *la mitad de la potencia* suministrada por la fuente ideal.

$$P_{\text{dis}} = \underline{2.5 [\text{W}]}$$

74.- En el circuito de la Fig.74, la tensión aplicada V es de $200 \text{ V}_{\text{rms}}$.

La impedancia Z_2 es $45+j9$ ohms.

El primario N_1 tiene 500 espiras y el secundario N_2 tiene 750 espiras. Determinar:



74.1.- La corriente (fasor) por el primario N_1

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{500}{750} = \frac{2}{3}$$

La impedancia vista desde el primario es $Z_1 = a^2 Z_2$, luego $Z_1 = \frac{4}{9} \cdot (45 + j9) = 20 + j4 [\Omega]$

$$\text{La corriente por el primario es } I_1 = \frac{V}{20 + Z_1} = \frac{200}{20 + (20 + j4)} = \frac{200 \angle 0^\circ}{40.195 \angle 5.71^\circ} = \underline{4.975 \angle -5.71^\circ [\text{A}]}$$

74.2.- La corriente (fasor) por el secundario N_2

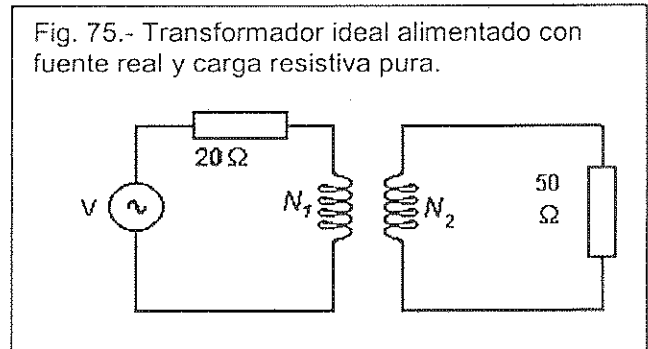
$$I_2/I_1 = a, \text{ luego } I_2 = a I_1 = \frac{2}{3} \cdot 4.975 \angle -5.71^\circ = \underline{3.317 \angle -5.71^\circ [\text{A}]}$$

73.3.- La tensión (fasor) aplicada a la carga Z_2

$$Z_2 = 45 + j9 = 45.89 \angle 11.31^\circ [\Omega]$$

$$V_2 = I_2 \cdot Z_2 = 3.32 \angle -5.71^\circ \cdot 45.89 \angle 11.31^\circ = \underline{152.35 \angle 5.6^\circ [\text{V}]}$$

75.- Al primario del transformador se ha conectado una fuente real cuya impedancia serie es de 20 ohms resistivos. El secundario se ha cargado con 50 ohms (resistencia pura), como se ilustra en la Fig.75.



75.1.-Determinar la cantidad de espiras del secundario, si el primario tiene 500 espiras, para que la transferencia de potencia sea máxima.

Para máxima transferencia, Z_1 debe ser igual a 20 Ω .

Entonces

$$a^2 Z_2 = 20 ;$$

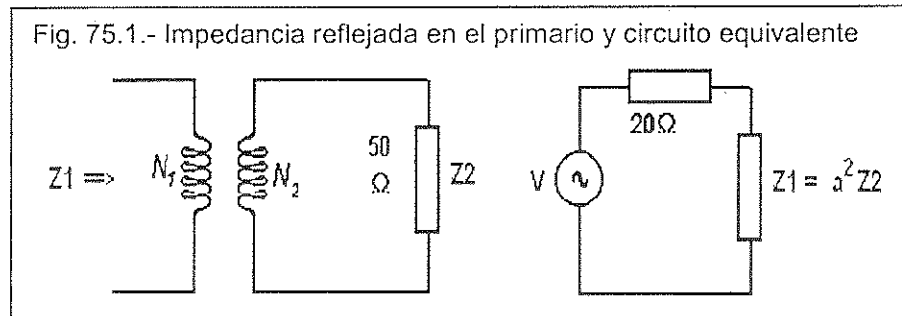
$$a^2 = \frac{20}{50} ;$$

$$a = \sqrt{0.4} = 0.6325$$

luego $N_2 = N_1/a = 500/0.6325 = \underline{790.6}$

espiras,

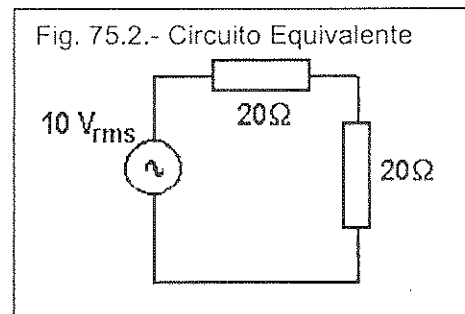
pero la cantidad de espiras se especifica como un entero, luego $N_2 = \underline{791}$ (espiras)



75.2.- Determinar la potencia suministrada por la fuente ideal si $V = 10 V_{rms}$

$$P = \frac{V^2}{R_{total}} = \frac{10 \cdot 10}{20 + 20} = \underline{2.5 [W]}$$

75.3.- Determinar la potencia disipada en la carga de 50 Ω



La potencia P_{dis} transferida al secundario es igual a la mitad de la potencia suministrada por la fuente ideal (o bien, el total de la potencia entregada al primario del transformador), luego:

$$P_{dis} = P / 2 = \underline{1.25 [W]}$$

77.3.- El devanado marcado N1, del mismo transformador, se conecta a una fuente de tensión de 100 Vrms, 60 Hz y una resistencia de 50 ohms al devanado marcado N2, entonces:

	Afirmación	V/F
1	La potencia disipada en la resistencia es de 5 watt $P_2 = 22.37^2 / 50 = 10 \text{ W}$	F
2	La tensión en la resistencia es de 6 volts $V_2 = 100/4.47 = 22.37$	F
3	Si se conecta el voltímetro en el lado de la carga, se dañará (mucho tensión)	F
4	Si se conecta el amperímetro en el lado de la carga, se dañará (mucho corriente) $I_2 = V_2 / R = 22.37 / 50 = 0.447 \text{ A}$	F
5	Las pérdidas en el transformador son de 45 watt ES IDEAL	F
6	La relación de transformación N1/N2 es $1.2\sqrt{10}$ $a = 4.47$	F

77.4.- El devanado marcado N1, del mismo transformador, se conecta a una fuente de tensión de 10 Vrms, 50 Hz y una resistencia de 50 ohms al devanado marcado N2, entonces:

	Afirmación	V/F
1	La potencia disipada en la resistencia es de 400 miliwatt $P_2 = 2.237^2 / 50 = 0.1 \text{ [W]}$	F
2	La tensión en la resistencia es de 4.47 V $V_2 = V_1/a = 10/4.47 = 2.37 \text{ V}$	F
3	Si se conecta el voltímetro en el lado de la carga, se dañará (mucho tensión)	F
4	Si se conecta el amperímetro en el lado de la carga, se dañará (mucho corriente)	F
5	Las pérdidas en el transformador son de 0.1 watt	F
6	La relación de transformación N1/N2 es 10	F

78.- Una carga de $70.7 + j 70.7$ ohms se encuentra conectada al secundario de un transformador ideal con relación 1:1. Al primario del transformador se conecta una fuente de 220 Vrms :

Nº	Afirmación	V / F	Observaciones
1.-	La corriente por el primario es de 2.2 Amperes	V	$Z = 100/45^\circ$; $I = V/Z = 220/100 = 2.2 \text{ [A]}$
2.-	La fase de la corriente es en atraso	V	La carga es inductiva
3.-	Si se invierte la conexión de la carga al secundario, la fase de la corriente por el primario cambia.	F	El invertir los cables no cambia la naturaleza inductiva de la carga
4.-	El transformador debe soportar una potencia aparente de 48 VA en primario y secundario	F	La potencia aparente es $S_f = V_f I_f = 220 \cdot 2.2 = 484 \text{ [VA]}$
5.-	Si la relación primario: secundario cambia a 10:1, entonces la potencia en el primario disminuye 100 veces.	V	El voltaje y la corriente ambos disminuyen 10 veces en el secundario, con lo que la potencia en el secundario (y el primario) se reduce 100 veces.

79.- Para ensayar un **transformador monofásico ideal**, cuya relación de transformación ($a = N1/N2$) es **20**, se conecta al devanado marcado **N1** una tensión conocida **V de 10 Vrms**, frecuencia $f = 50$ Hz y se carga el devanado marcado **N2** con una resistencia conocida **R de 100 ohms**.

Nº	Afirmación	V/F
1.-	La tensión V_2 del devanado N2 es de 200 Vrms $V_2 = V_1/a = 10/20 = 0.5V$	F
2.-	La corriente I a través de la resistencia R es de 2 Amperes $I = 0.5/100 = 5mA$	F
3.-	La potencia P_r suministrada a la resistencia es de 400 Watts $P = 2.5 mW$	F
4.-	La potencia P_T disipada en el transformador es de 2.5 miliwatts (ideal)	F
5.-	Si la frecuencia cambia de 50 a 100 Hz, las potencias cambian al doble (cargas resistivas y transformadores ideales son independientes de frecuencia)	F
6.-	La impedancia Z_1 vista por la fuente de tensión es de 40.000 ohms $Z_1 = a^2 \cdot Z_2 = 400 \cdot 100 = 40.000$ ohms	V

Ejercicios Resueltos de Electrotecnia

Conversión Electromecánica
Máquinas de Corriente Continua

Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar

Enrique P. Fuentes
Universidad de Tarapacá
Marzo 2006

80.- El parámetro K de una máquina de corriente continua tiene el valor $10/3$ y el flujo ϕ en el entrehierro es de $1/100$ [Wb].

80.1.- Al operar como generador, determinar la tensión que genera al girar a 1500 r.p.m.

$$V = K \phi n$$

$$V = \frac{10}{3} \frac{1}{100} 1500 = 50 [V]$$

$$V = 50 [V]$$

80.2.- El generador, en las condiciones del punto anterior, suministra 16 [A] a una carga. Determinar la potencia mecánica en HP, si la eficiencia como generador es del 80%.

$$\eta = \frac{P_e}{P_m} = 0.8 \Rightarrow P_m = \frac{P_e}{\eta} = \frac{V \cdot I}{\eta} = \frac{50 \cdot 16}{0.8} = 1000 [W]$$

$$\therefore P_m = 1.341 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 = 1.34 [HP]$$

$$P_m = 1.34 [HP]$$

80.3.- Determinar el torque en el eje en las condiciones del punto anterior.

$$P_m = \tau \omega, \quad \tau = \frac{P_m}{\omega}, \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 1500}{60} = 157.08 [rad/s]$$

$$\tau = \frac{1000}{157.08} = 6.37 [Nm]$$

$$\tau = 6.37 [Nm]$$

80.4.- Al operar como motor, determinar el torque en el eje, si la corriente en el rotor es de 120 [A].

$$\tau = K \phi I, \quad \tau = \frac{10}{3} \frac{1}{100} 120 = 4.0 [Nm]$$

$$\tau = 4.0 [Nm]$$

80.5.- En las condiciones del punto anterior, determinar la potencia mecánica en HP, si gira a 1800 r.p.m.

$$P_m = \tau \omega, \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} [rad/s]$$

$$P_m = 4 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 1800}{60} = 753.98 [W] \Rightarrow$$

$$P_m = 1.341 \cdot 10^{-3} \cdot 753.8 = 1.01 [HP]$$

$$P_m = 1.01 [HP]$$

80.6.- En las condiciones del punto anterior determinar la potencia eléctrica, suministrada en kW, si el rendimiento es del 75.4%.

$$\eta\% = 100 \frac{P_m}{P_e}; \quad P_e = \frac{753.98}{0.754} = 1000 [W]$$

$$P_e = 1.0 [kW]$$

81.- Calcule los datos posibles para completar el cuadro siguiente (responda con X en los casos en los cuales estime no corresponde o está indeterminado).

	K (*)	ϕ (Wb)	I_a (A)	V_a (V)	n (rpm)	$P_{entrada}$ (W)	P_{salida} (W)	η (%)	Tipo de Máquina M G (**)
81.1	3	0.01	10.0				500	85	
81.2	3	0.01		100		500	600	80	
81.3	3	0.02			500		1000	85	

(*) El factor K tiene la dimensión correspondiente a la máquina.
 generador

(**) M = motor, G =

81.1.- $\tau = K \cdot \phi \cdot I = 3 \cdot 0.01 \cdot 10 = 0.3 [Nm]$ (datos directos como **motor**); $P_m = \tau \cdot \omega_m$, pero $P_{salida} = 500 [W]$, dato directo, entonces

$$\omega_m = \frac{P_m}{\tau} = \frac{500}{0.3} = 1666.67 \left[\frac{rad}{s} \right] = \frac{1666.67 \cdot 60}{2 \cdot \pi} [r.p.m.],$$

$$\therefore n = 15915.5 [r.p.m.] \text{ Por definición, } \eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} \implies P_{entrada} = \frac{500}{0.85} = 588.24 [W]$$

La potencia de entrada es suministrada a la armadura, entonces

$$P_{entrada} = V_a \cdot I_a \implies V_a = \frac{588.24}{10} = 58.82 [V]$$

81.2.- Suponiendo que se trata de un **generador**, podemos calcular la velocidad de giro:

$$V_a = K \cdot \phi \cdot n \implies n = \frac{V_a}{K \cdot \phi} = \frac{100}{3 \cdot 0.01} = \frac{100}{0.3} = 3333.33 [r.p.m.]. \text{ Considerando que } \eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}},$$

$$P_{salida} = \eta \cdot P_{entrada} \implies P_{salida} = 0.8 \cdot 500 = 400 [W], \text{ de donde } I_a = \frac{P_{salida}}{V_a} = \frac{400}{100} = 4 [A]$$

81.3.- $V_a = K \cdot \phi \cdot n = 3 \cdot 0.02 \cdot 500 = 30 [V]$, (datos directos como **generador**)

Con *datos directos* también se calcula la corriente de armadura $I_a = \frac{P_{salida}}{V_a} = \frac{1000}{30} = 33.33 [A]$

$$\text{Sabido que } \eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}}, \text{ se tiene } P_{entrada} = \frac{P_{salida}}{\eta} = \frac{1000}{0.85} = 1176.5 [W]$$

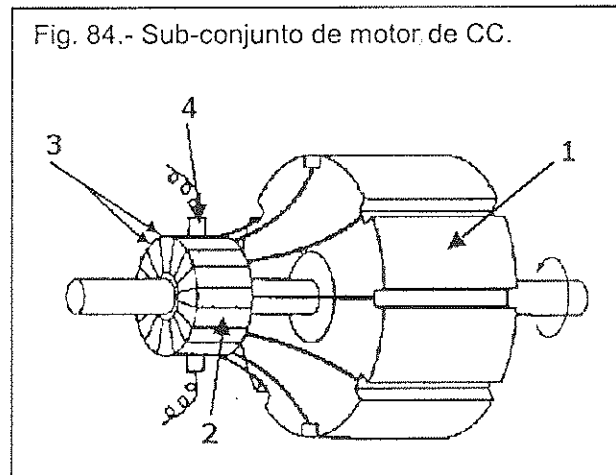
82.- Para una máquina de corriente continua, conteste verdadero o falso en la columna indicada

	V/F	Observación
1.- El rotor es alimentado internamente por inducción	F	Escobillas
2.- El campo magnético generado en el rotor, no gira con respecto al estator.	V	Es necesario para que exista torque
3.- El campo magnético generado en el rotor, no gira con respecto al eje del rotor.	F	La conmutación lo hace girar
4.- La corriente de armadura es mayoritariamente responsable de la potencia de la máquina	V	Estator puede tener magnetismo perm.
5.- La corriente en las bobinas del rotor es alterna.	V	En cada devanado se <i>invierte</i> al girar

83.- Observe el conjunto ilustrado en la Fig.84 y nombre lo pedido en las tablas siguientes:

Con-junto	Nombre del Conjunto
1	Rotor o armadura
2	Colector

Ele-mento	Nombre del Elemento
3	Delgas del colector
4	Escobilla o carbón



84.- En la Figura 84 se ilustra un rotor de máquina. Conteste V (verdadero) o F (Falso) a las afirmaciones de la tabla siguiente:

Afirmación	V/F
Los elementos 3 y 4 permiten la conmutación de la corriente	V
El conjunto 2 se denomina colector y está compuesto de carbones	F
El elemento 3 se denomina delga y su función es conectar la armadura	V
El Conjunto 1 contiene el bobinado de la armadura	V
El sistema mostrado puede pertenecer a una máquina que funcione con corriente continua o alterna	V
El sistema mostrado solo puede girar en un sentido	F
La armadura está compuesta por láminas de material magnetizable	V

Ejercicios Resueltos de Electrotecnia

Conversión Electromecánica
Máquinas de Corriente Alterna

Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar

Enrique P. Fuentes H.
Universidad de Tarapacá
Marzo 2006

85.- Un motor trifásico, de 380 volts, gira a 670 R.P.M.

Se pide determinar:

El tipo (inducción o síncronico), el número de polos (P), la velocidad síncronica (n_s) , la frecuencia de la red (f_e : 50 o 60 Hz), el deslizamiento (S), en % y la frecuencia de la corriente del rotor (f_{ER}). Si $s = 0$, justifíquelo. Explique los conceptos empleados .

$n_s = \frac{120f_e}{P}$, calculando las velocidades síncronas cercanas:

P	f_e (Hz)	n_s (r.p.m)
8	50	750
8	60	900
10	50	600
10	60	720

85.1.- El motor no puede ser síncrono, ya que las velocidades síncronas cercanas posibles son 720 y 750 r.p.m. El motor es de inducción.

85.2.- Los deslizamientos posibles son: $s = \frac{n_s - n_m}{n_s}$

P	f_e (Hz)	n_s (r.p.m)	n_m (r.p.m)	s
8	50	750	670	0.107
10	60	720	670	0.069

El motor opera correctamente, por lo que el deslizamiento estará más cerca de 5% que de 10%. El motor debe ser de 10 polos, con frecuencia de red de 60 Hz y opera a 6.9% de deslizamiento.

85.3.- La frecuencia de la corriente del rotor es : $f_{ER} = s \cdot f_e$

$$f_{ER} = 0.069 \cdot 60 = 4.17[\text{Hz}]$$

Resumen de respuestas:

TIPO: Inducción
P = 10 [polos]
$n_s = 720$ [r.p.m.]
$f_s = 60$ [Hz]
S = 6.9 [%]
$f_{ER} = 4.17$ [Hz]

86.- Un motor trifásico de 60[Hz], 380[V], está funcionando con una velocidad de 980 [RPM]. Determine:

86.1.- La velocidad sincrónica en r.p.m. y la cantidad de polos.

Se calcula la velocidad sincrónica para valores de P = 4, 6 y 8

La velocidad sincrónica está dada por $n_s = \frac{120 \cdot f_e}{P}$

	P	n_s
	4	1800
	6	1200
	8	900

Como el motor está girando a 980 rpm, la velocidad sincrónica debe ser levemente mayor en un motor de inducción

R.: El motor es de inducción, de 6 polos y la velocidad sincrónica es $n_s = 1200$ rpm

86.2.- El deslizamiento en esas condiciones.

R.: $s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1200 - 980}{1200} = 0.183$ ó 18.3%

86.3.- La frecuencia de las corrientes que se inducen en el rotor en Hz.

R.: $f_r = s \cdot f_s = 0.183 \cdot 60 = 10.98$ [Hz]

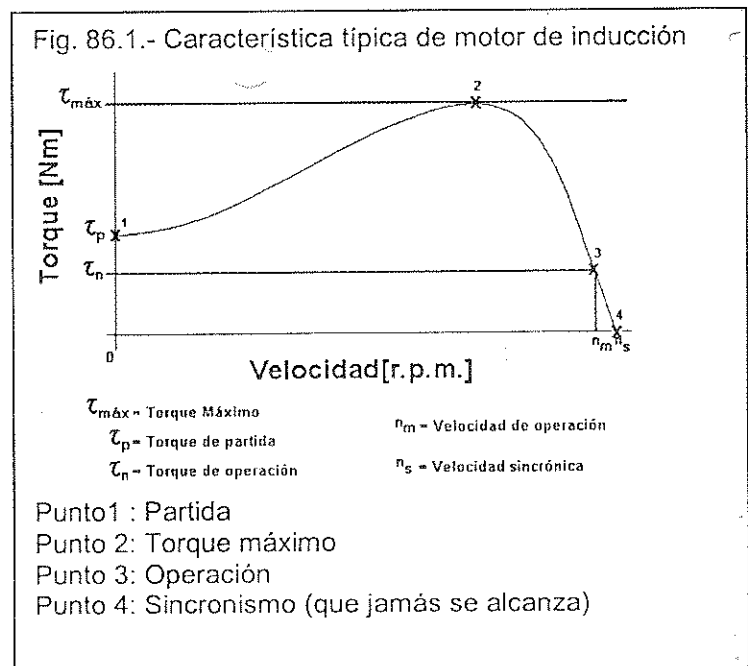
86.4.- Si el motor está entregando 5[HP] con un rendimiento del 85%, calcular las pérdidas de potencia activa en el motor, en watt.

1 H.P. = 746[W]

R.: $P_e = \frac{P_m}{\eta} = \frac{5 \cdot 746}{0.85} = \frac{3730}{0.85} = 4388$ [W]

86.5.- Dibujar la forma típica que tiene la curva característica de un motor de inducción. Indique las unidades de los ejes y los 4 puntos más importantes de la curva.

R.: Ver Fig. 86.1



87.- Un motor de inducción trifásico de 6 polos, 60 Hz, 208 V está funcionando con un deslizamiento de 3.5 %. Determinar:

87.1.- La velocidad del campo magnético en el estator en rpm.

$$n = \frac{120 \cdot f}{P} = \frac{120 \cdot 60}{6} = \underline{1200 \text{ [rpm]}}$$

87.2.- La velocidad del rotor en revoluciones por minuto.

$$n_m = (1 - s)n_s = 0.965 \cdot 1200 = \underline{1158 \text{ [rpm]}}$$

87.3.- La frecuencia del rotor en Hz.

$$f_r = s \cdot f_e = 0.035 \cdot 60 = \underline{2.1 \text{ [Hz]}}$$

88.- Un motor de inducción, trifásico, de 6 polos, alimentado con 208 V / 60 Hz está funcionando con un deslizamiento de 1,5 % y un rendimiento del 90%. Se pide:

88.1.- La velocidad del rotor en r.p.m. (revoluciones por minuto).

$$n_s = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120 \cdot 60}{6} = 1200 \text{ [r.p.m.]}$$

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1.5}{100} = 0.015, \quad n_m = 1200(1 - 0.015) = \underline{1182 \text{ [r.p.m.]}}$$

88.2.- La frecuencia en Hz de las corrientes que se inducen en el rotor.

$$f_r = s \cdot f_s = 0.015 \cdot 60 = \underline{0.9 \text{ [Hz]}}$$

88.3.- Las pérdidas totales en watts cuando el motor opera a 5 HP. (1[HP] = 0.746[kW])

$$P_{out} = 5 \text{ [HP]} = 5 \cdot 0.746 \text{ [kW]} = 3.73 \text{ [kW]}, \quad \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{90}{100}$$

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{0.9} = 4.14 \text{ [kW]}, \quad P_{in} - P_{out} = 4.14 - 3.73 = 0.414 \text{ [kW]} = \underline{414 \text{ [W]}}$$

89.- En la figura, G1 es un generador de CC con las siguientes características en operación:

$$K = 2, \phi = 0.015 \text{ Wb}, \eta = 80\%.$$

La resistencia de carga del generador R_L es de 2Ω .

El generador G1 es impulsado mediante el motor de inducción M1, conectado a una red trifásica de 380 V (tensión de línea), con una frecuencia de 50 Hz.

El motor M1 se puede configurar como de 6 u 8 polos, como alternativas para ajustar la velocidad en forma gruesa. En todos los casos, el rendimiento de M1 es del 90% y el torque máximo de M1 ocurre en $0.85 n_s$

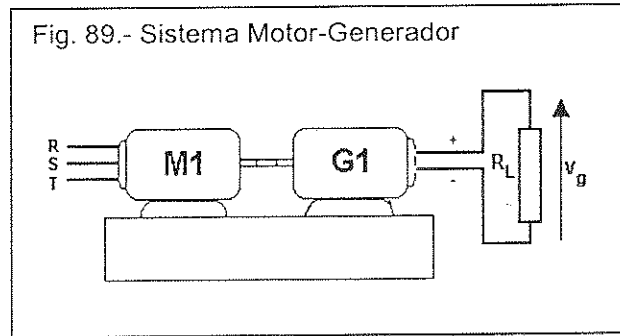


Fig. 89.- Sistema Motor-Generador

89.1.- Determine la velocidad de giro n_G de G1, en r.p.m., para que la potencia en R_L sea de 1000[W]. (Suponga que no hay caída de tensión interna en G1).

$$V_G = K \cdot \phi \cdot n_G = 0.03 n_G$$

$$V_G = \sqrt{P/R_L} = \sqrt{1000/2} = \sqrt{500} = 22.36[V]$$

$$n_G = \frac{22.36}{0.03} = 745.33[r.p.m.]$$

89.2.- Determine el torque que debe aplicarse a G1 para 1kW de salida.

$$P_G = \tau \cdot \omega_G \Rightarrow \tau = \frac{1000 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n_G} = \frac{30000}{\pi \cdot 745.33} = 12.81[Nm] \text{ si el rendimiento es } 100\%$$

$$\eta_G = \frac{P_c}{P_m} \Rightarrow P_m = \frac{P_c}{0.80} = 1250[W], \text{ por lo tanto, } \tau = \frac{12.81}{0.8} = 16.01[Nm]$$

89.3.- Determine la cantidad de polos con que debe configurarse M1 para que su velocidad de giro n_s quede cercana a la necesaria en G1.

$$n_s = \frac{120 \cdot f_c}{P} \Rightarrow n_{s(8P)} = \frac{120 \cdot 50}{8} = 750[r.p.m.], \text{ cercano a } 745.33 \text{ r.p.m.}$$

El torque máximo del motor M1 ocurre a $750 \times 0.85 = 637.5$ r.p.m.

$$\text{La potencia demandada a } 637.5 \text{ r.p.m. será } P_{max} = V_G^2 / (R_L \cdot \eta_G) = \frac{(0.03 \cdot 637.5)^2}{2 \cdot 0.8} = 228.6[W],$$

es decir, un poco más de la cuarta parte de la potencia demanda en el punto de operación. No existe riesgo de no alcanzar a sobrepasar la velocidad de operación.

$$\text{El deslizamiento } s \text{ a } 745.33 \text{ r.p.m. es } s = \frac{750 - 745.33}{750} = 0.6\%$$

En consecuencia, el motor debe configurarse para **8 polos** ya que el punto de operación quedaría cerca del óptimo.

89.4.- Determine la potencia eléctrica que se tomará de la red trifásica.

$$P_{e(M1)} = \frac{P_{e(G1)}}{\eta_G \cdot \eta_M} = \frac{1000}{0.80 \cdot 0.90} = 1388.9 [W]$$

89.5.- Determine la potencia en H.P. que debe especificarse para comprar el motor M1. (1kW = 1.34 H.P.)

$$P_{Nom(HP)} = P_{e(M1)} [kW] \cdot 1.34 [HP / kW] = 1.86 [HP], \text{ por lo que debe elegirse un motor de } 2 [HP], \text{ para funcionar con } 380V/50Hz.$$

90.- Responda V ó F a las siguientes aseveraciones:

GENERADOR SÍNCRONO

Afirmación	V o F
• La tensión de salida se obtiene desde el rotor, por medio de anillos rozantes	F
• El campo magnético generado en el rotor, no gira con respecto al rotor.	V
• El rotor es alimentado con corriente continua (máquinas grandes)	V
• La corriente en las bobinas del rotor es alimentada mediante anillos rozantes	V
• La frecuencia de salida depende de la velocidad de giro del rotor.	V

MOTOR SINCRÓNICO

Afirmación	V o F
• El rotor es alimentado desde el exterior, con corriente continua	V
• El estator produce un campo magnético estático (no gira)	F
• El campo generado en el rotor, no gira con respecto al rotor.	V
• Tiene un alto torque de partida	F
• La velocidad se puede controlar variando la tensión aplicada	F

GENERADOR DE INDUCCIÓN:

Afirmación	V o F
• El rotor es alimentado desde el exterior, con corriente continua	F
• El campo magnético del rotor y el del estator giran a la misma velocidad.	V
• El rotor gira mas rápido que el campo magnético del estator.	V
• Tiene una alta inducción, por lo tanto es preferido en la mayoría de las aplicaciones.	F
• La velocidad se puede controlar variando la tensión aplicada	F

MOTOR DE INDUCCIÓN:

Afirmación	V o F
• El rotor es alimentado desde el exterior, con corriente alterna	F
• El deslizamiento s representa las pérdidas, por lo tanto lo ideal es s = 0	F
• El campo magnético generado en el rotor, gira mas rápido que el rotor.	V
• El punto óptimo de trabajo es el de máximo torque	F
• El mayor torque se obtiene cuando el motor gira a la velocidad sincrónica	F

Ejercicios Propuestos de Electrotecnia

Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar

Enrique P. Fuentes
Universidad de Tarapacá
Marzo 2006

Electrostática y Corriente Continua

1.- Defina los siguientes conceptos y términos:

- 1.1.- Carga eléctrica. Unidad de carga: el coulomb.
- 1.2.- Corriente eléctrica. Unidad de corriente: el ampere.
- 1.3.- Diferencia de Potencial. Voltaje. Unidad de voltaje: el volt.
- 1.4.- Potencia. Unidad de Potencia: el watt.
- 1.5.- Energía y Trabajo. Unidad de Energía y Trabajo: el joule.
- 1.6.- Conductores y Aisladores. Ruptura dieléctrica.
- 1.7.- Aparato eléctrico. Red eléctrica. Modelo Circuital.
- 1.8.- Transferencia, Almacenamiento y Transformación de la Energía .
- 1.9.- Direcciones de referencia asociadas para \underline{v} e \underline{i} .
- 1.10.- Potencia positiva. Potencia negativa.

2 .- Escriba las relaciones existentes entre las siguientes cantidades físicas:

t , q , i , v , p , w

- 2.1.- Para el caso de valores constantes en el tiempo
- 2.2.- Para el caso de valores variables en el tiempo

3.- La carga que fluye a través de un elemento es de 0.64 C cada 64 ms. ¿Cuál es la magnitud de la corriente en Amperes?

4.- Encontrar la diferencia de potencial entre dos puntos de un sistema eléctrico si se consumen 60 J para mover una carga de 20 C entre estos dos puntos.

5.- La corriente por un circuito varia según la expresión: $i(t) = 2e^{-t}$ A si $t > 0$, y es cero para $t < 0$.

- 5.1.- Dibujar $i(t)$ como función del tiempo.
- 5.2.- Encontrar la expresión de la carga que pasa por el circuito en todo instante y dibujarla.
- 5.3.- Calcular la carga que pasa por el circuito el primer segundo y la total después de un tiempo muy largo.

6.- Determinar la energía para mover una carga de 50 μC a través de una diferencia de potencial de 6 V.

7.- Determinar la potencia entregada a un sistema si la tensión aplicada $v(t)$ y la corriente $i(t)$ que circula son :

- caso a) $v(t) = -10 e^{-2t} [\text{V}]$, $i(t) = -10 e^{-2t} [\text{A}]$
- caso b) $v(t) = 10 \text{ sen } \omega t [\text{V}]$, $i(t) = -3 [\text{A}]$
- caso c) $v(t) = -5 [\text{V}]$, $i(t) = 2 [\text{A}]$

- 7.1.- Dibujar las funciones del tiempo (v , i , p , w), para cada caso.
- 7.2.- Determinar la energía entregada al sistema en los primeros 2 s , en cada caso .

8.- En un circuito eléctrico hay 5 puntos entre los cuales se pueden medir diferencias de potenciales. Si se miden los voltajes indicados, para cada caso, calcular el voltaje que se pide:

- | | |
|--|-------------------|
| 8.1.- $V_{AB} = 5, V_{DC} = 7, V_{ED} = 8, V_{AE} = 0$ | Calcular V_{BC} |
| 8.2.- $V_{AB} = 5, V_{CD} = 5, V_{CE} = -8, V_{AE} = 5$ | Calcular V_{BC} |
| 8.3.- $V_{BC} = 10, V_{CD} = -7, V_{AD} = 8, V_{ED} = 8$ | Calcular V_{BE} |
| 8.4.- $V_{AE} = 10, V_{BD} = 3, V_{BE} = 5,$ | Calcular V_{AD} |
| 8.5.- $V_{BA} = 7, V_{BE} = -8$ | Calcular V_{EA} |

9.- En un elemento de un sistema eléctrico:

- 9.1.- Si la potencia absorbida por un elemento es de $30W$, encontrar la corriente para $V = -5 V$
 9.2.- Si la potencia absorbida por un elemento es de $-20W$, encontrar la corriente para $V = 5 V$
 9.3.- En cada caso, calcule la energía consumida por el elemento entre 0 y 1 seg.

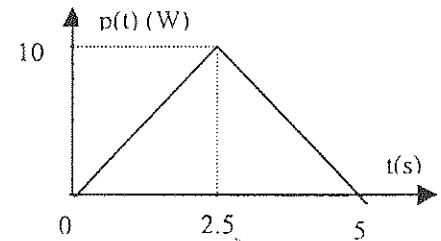
10.- Cuanta energía en kWh se requiere para alimentar una ampolleta de $60 W$ permanentemente encendida durante un año.

11.- Cuantas horas al día debería permanecer encendido un TV de $200 W$ para no consumir más de $6 kWh$ de energía en un mes.

12.- Si una resistencia consume $420 [J]$ en $7 [min]$ ¿Cuál es la potencia de la resistencia?

13.- Por una resistencia de 10Ω circulan 300 coulomb por cada minuto. ¿Cuanta potencia se disipa?

14.- Si la potencia instantánea en watt, consumida por un dispositivo varía en el tiempo según la gráfica, determinar:



- 14.1.- La energía total consumida.
 14.2.- El valor medio de la potencia para el intervalo de $0 - 5$ seg.

15.- Se dispone de una pila alcalina de $1,5 V$ con una energía almacenada nominal de $150 J$.
 ¿ Cuántos días alimentada por la pila, funcionará una calculadora que consume una corriente de $2 mA$?

16.- Una batería de $12 V$ se conecta de forma que proporciona potencia a las luces de un automóvil cuando el motor está detenido.

- 16.1.- Determine la potencia entregada por la batería si la corriente es de $1 A$.
 16.2.- Determine la potencia absorbida por los faros cuando la corriente es de $1 A$.
 16.3.- Determine la energía absorbida por los faros durante 10 minutos.

17.- La batería de un automóvil se carga con una corriente constante de $2 A$ durante 5 horas. El voltaje en los terminales de la batería es $v = 11 + 0.5t V$ para $t > 0$, donde t está en horas.
 Determine la energía como función del tiempo, entregada a la batería en el intervalo de cinco horas y gráfiquela.

Corriente Continua. Potencia, Energía y Redes

1. Una batería de 12V se carga mediante la inyección de una corriente positiva que entra por su terminal positivo. Suponiendo que la tensión (f.e.m.) de la batería permanece constante:

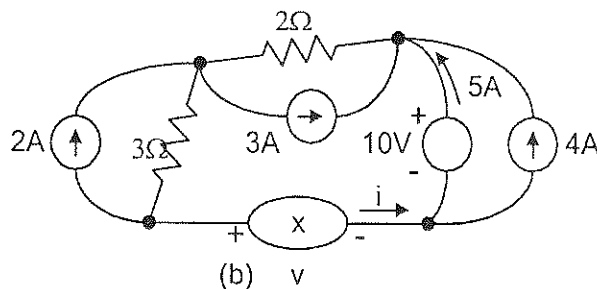
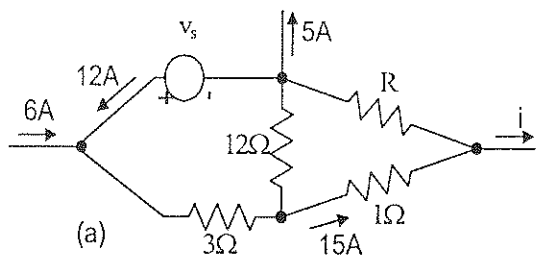
- 1.1.- ¿Cuál es la carga total, Q_T , suministrada a la batería ?
- 1.2.- ¿ En qué instante la potencia suministrada a la batería es de 24W?
- 1.3.- ¿Cuál es la energía total, W_T , suministrada a la batería ?
- 1.4.- ¿ En cuánto tiempo se descargará la batería si se le conecta en sus terminales una ampolleta de 12V/48W ?

2. Una batería de 12V se conecta a una carga de 5.5Ω por medio de un alambrado que tiene una resistencia total de 0.5Ω . Encontrar :

- 2.1.- Potencia absorbida por la carga.
- 2.2.- Potencia disipada en el alambrado.
- 2.3.- Potencia total entregada por la fuente.
- 2.4.- Eficiencia (rendimiento) de la red.

3. Dadas las redes de las figuras a y b:

- 3.1.- En la red de la figura (a), calcular i , v_s , R y la potencia suministrada por la fuente de voltaje.
- 3.2.- En el circuito de la figura (b), calcular v , i y la potencia absorbida por el elemento x.



4. Un circuito contiene cuatro nudos identificados por las letras A, B, C y D. Hay seis ramas, una entre cada par de nudos. Sea i_{AB} la corriente en la rama AB dirigida del nudo A al B a través del elemento.

Entonces, si $i_{AB} = 16 \text{ mA}$; e $i_{DA} = 39 \text{ mA}$, se pide calcular las corrientes: i_{AC} , i_{BC} e i_{BD} cuando i_{CD} toma los valores:

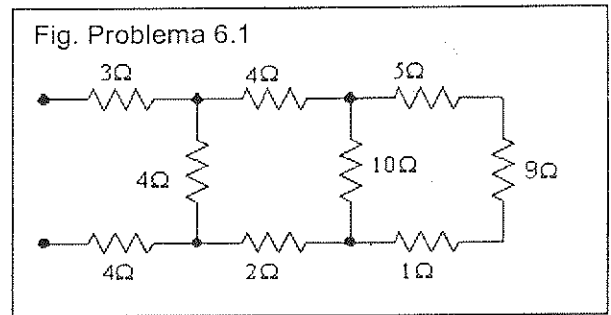
- 4.1.- 23 mA
- 4.2.- -23 mA.

5.- Un circuito contiene seis nudos identificados por las letras A, B, C, D, E y F. Sea v_{AB} la tensión entre los nodos A y B con su referencia positiva en el nudo nombrado primero, en este caso A. Hallar v_{AC} , v_{AD} , v_{AF} cuando $v_{AB} = 6V$; $v_{BD} = -3 V$; $v_{CF} = -8 V$; $v_{EC} = 4 V$ si se conoce también:

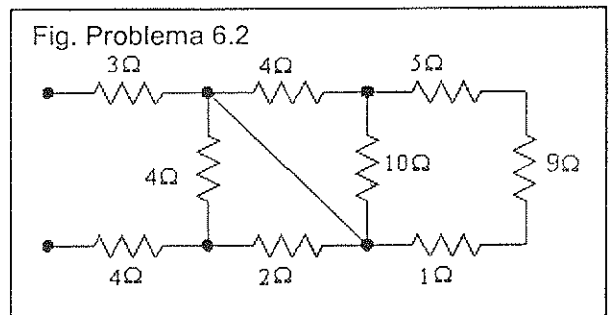
- 5.1.- $v_{DE} = 1 V$
- 5.2.- $v_{CD} = 1 V$; $v_{FE} = 4 V$.

6. Dadas las redes de las figuras:

- 6.1.- Calcular la resistencia equivalente para la red de la figura 6.1.1.- tal como se muestra
- 6.1.2.- reemplazando la resistencia de 5Ω por un cortocircuito (0Ω)
- 6.1.3.- reemplazando la resistencia de 5Ω por un circuito abierto ($\infty\Omega$).

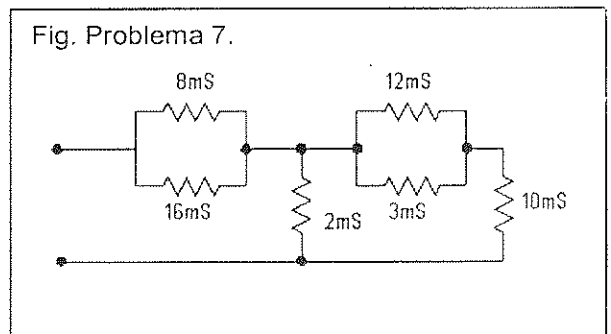


6.2.- Calcular la resistencia equivalente en los terminales para el circuito de la figura



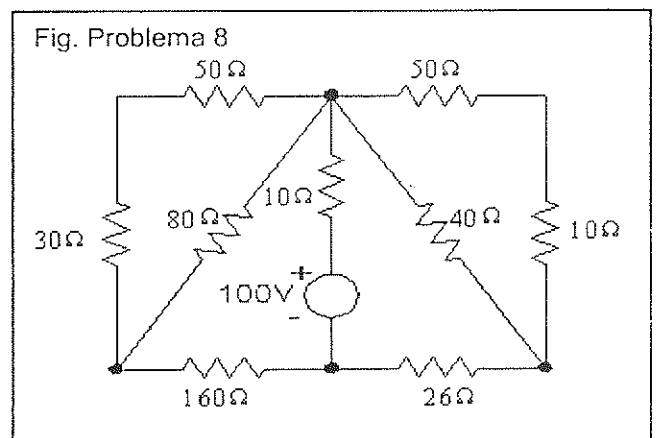
7. Calcular la conductancia equivalente en los terminales para la red de la figura :

- 7.1.- tal como se muestra
- 7.2.- si se desconecta y los seis elementos se vuelven a conectar en paralelo
- 7.3.- si se desconecta y los seis elementos se vuelven a conectar en serie.

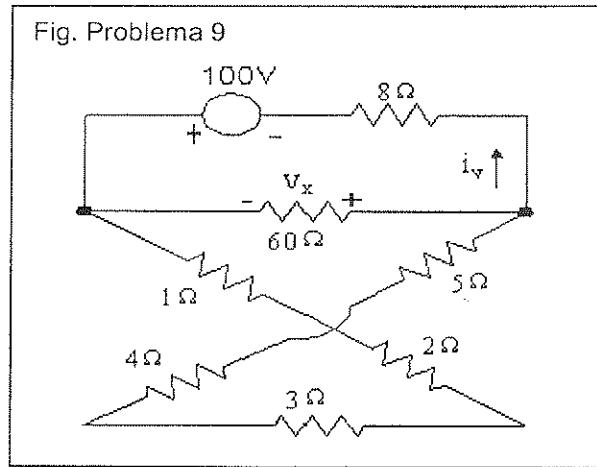


8. En el circuito de la figura calcular:

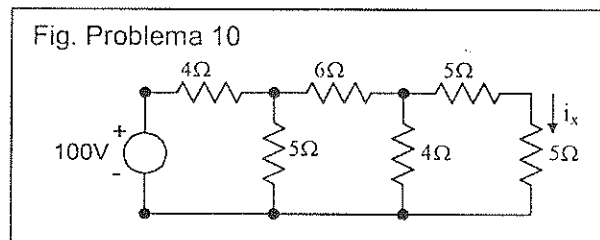
- 8.1.- Potencia suministrada a cada R de 10Ω.
- 8.2.- Potencia suministrada por la fuente.
- 8.3.- Potencia absorbida por la fuente.



9. Hallar i_y y v_x en la red de la Figura.



10. Para el circuito de la figura determinar i_x .

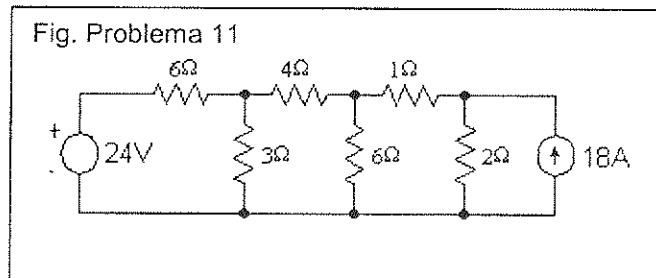


11. Comenzando con la fuente real de corriente a la derecha haga transformaciones repetidas de de fuentes y combinaciones de resistencias a fin de hallar:

11.1.- la potencia suministrada por la fuente de 24V.

11.2.- la potencia absorbida por la fuente de 18 A.

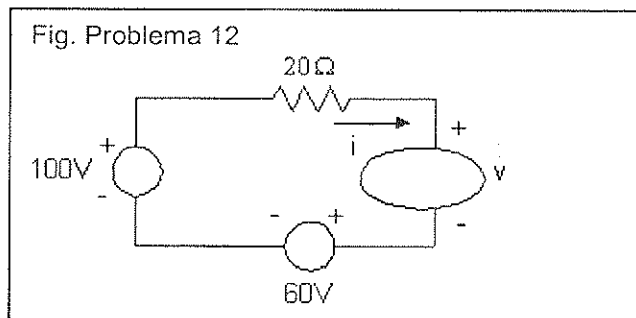
11.3.- la potencia total absorbida por las resistencias.



12. En el circuito de la figura calcular i , v y la potencia absorbida por el elemento desconocido si se sabe que:

12.1.- la fuente de 100V suministra 300W.

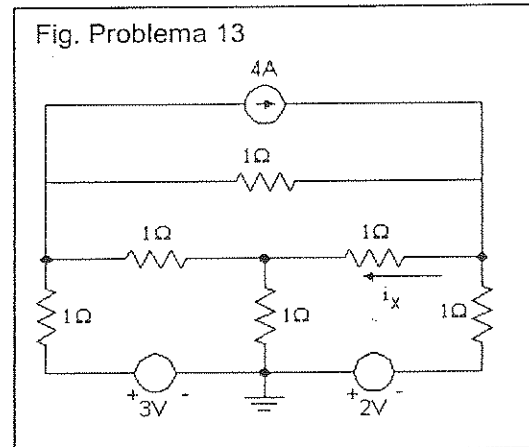
12.2.- la fuente de 60V absorbe 120W.



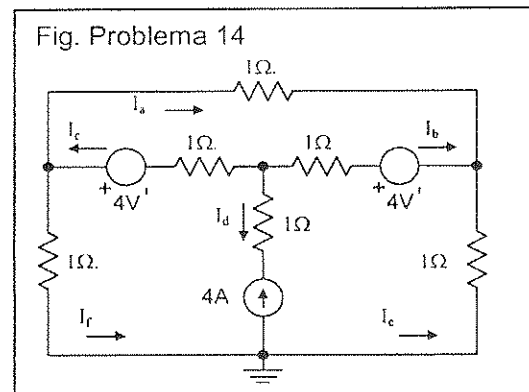
13. Hallar la corriente i_x en el circuito de la figura, usando:

13.1.- análisis de nudos

13.2.- análisis de mallas.



14. En la red de la figura determinar las corrientes de rama mediante el método de mallas (lazos).



15. En el circuito que se muestra, determinar:

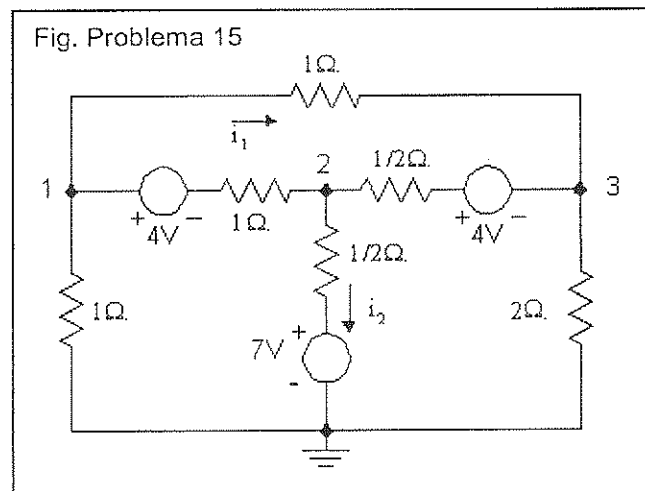
15.1.- las corrientes de rama que se indican.

15.2.- los potenciales del nudo.

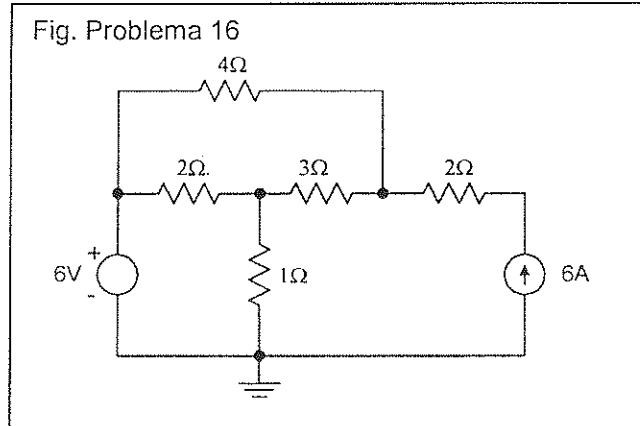
15.3.- la potencia disipada por la resistencia de 2Ω .

15.4.- las potencias suministradas por las fuentes.

Para resolver utilizar método de mallas (lazo) y método de nudos.

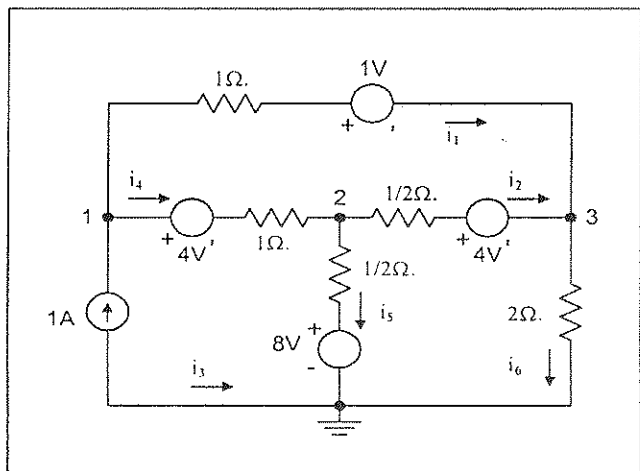


16. En el circuito de la figura hallar la potencia suministrada por cada fuente



17. En la red de la figura determinar mediante el método de mallas y de nudos:

- 17.1.- las corrientes de ramas.
- 17.2.- los potenciales de nudos.
- 17.3.- las potencias entregadas por las fuentes.
- 17.4.- las potencias absorbidas por las resistencias.
- 17.5.- determinar los potenciales de nodo, si la resistencia de $\frac{1}{2} \Omega$ que está en serie con la fuente de 8V se cortocircuita.

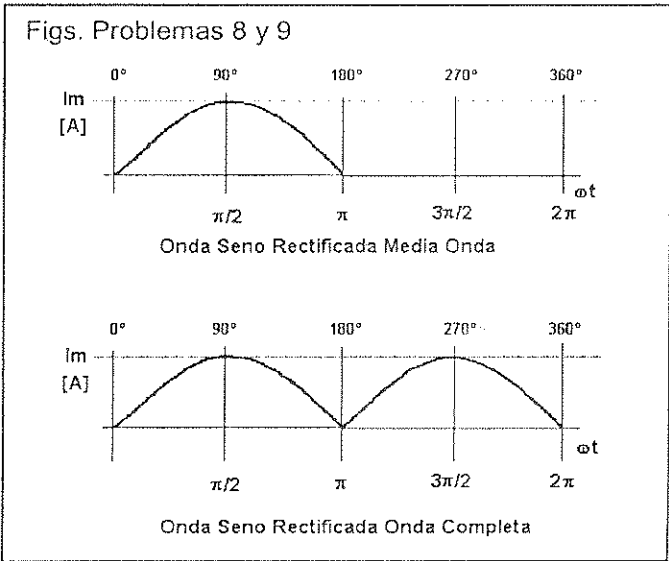


Corriente Alterna

- 1.- Para una señal senoidal, indique los parámetros que permiten definirla completamente como función del tiempo.
- 2.- Una señal senoidal tiene una frecuencia de 50 Hz y una amplitud máxima (de cresta o peak) de 10 volts. Escribir la función del tiempo que la describe, calcular su período y su valor medio.
- 3.- Una corriente se describe por la siguiente función: $i(t) = 141.42 \text{ sen}(314t - 60^\circ)$ [A]. Si t se expresa en segundos, determinar su período en segundos y en milisegundos y su valor eficaz.
- 4.- Una bobina ideal, cuya inductancia es de 10 mH, es atravesada por una corriente cuyo valor eficaz es de 1[A] y su frecuencia es de 3500 [Hz]. Determinar la impedancia de la inductancia a la frecuencia de trabajo, la magnitud de la tensión en los terminales de la bobina y la relación de fase entre la corriente y la tensión.
- 5.- Una bobina real, cuya parte inductiva serie es de 10 mH tiene una *resistencia seriequivalente* de 500 ohms y la corriente a través de ella tiene un valor eficaz de 1[A] y su frecuencia es de 3500 [Hz]. Determinar la impedancia total de la bobina a la frecuencia de trabajo, la magnitud de la tensión en los terminales de la bobina y la relación de fase entre la corriente y la tensión en sus terminales.
- 6.- Una resistencia de 100 [Ω] es conectada a la red de energía eléctrica en Chile (220 V_{rms}). Determinar la potencia disipada, el valor medio de la corriente y la tensión máxima en sus terminales.
- 7.- ¿Cual es la resistencia de una plancha que consume 1.2 [kW] al ser usada en Chile?

8.- Un diodo es un elemento que permite la circulación de corriente en un solo sentido. ¿Cual es el valor medio de una corriente senoidal que sólo tiene valores positivos? (Obs.: la parte negativa ha sido "recortada" y el resultado se denomina "rectificada media onda")

9.- Los "eliminadores de pilas" comerciales contienen un circuito con diodos cuya función es producir una señal "rectificada completa", como se ilustra en la Figura. ¿Cual es el valor medio y cual el valor eficaz de una señal senoidal cuya función del tiempo es $14.14 \text{ sen}(314t - 60^\circ)$ [V] y es rectificada completa? (t expresado en segundos)

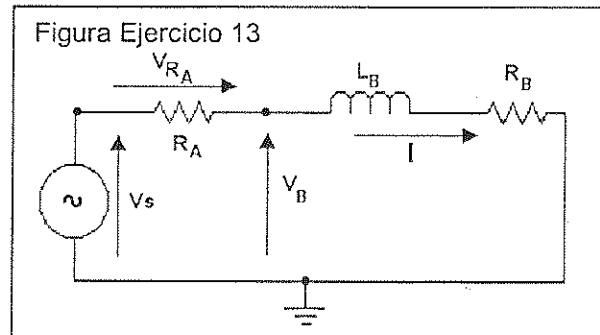


10.- ¿Cual es la reactancia de un capacitor de $100\mu\text{F}$ a 50Hz , a 100Hz y a 1000Hz ?

11.- ¿Cual es la reactancia de un inductor de 100mH a 50Hz , a 100Hz y a 1000Hz ?

12.- ¿Cual es la frecuencia en Hz para la cual las reactancias del capacitor y el inductor de los ejercicios 10 y 11 son iguales en magnitud? ¿Cual es la impedancia total, a esa frecuencia, si se conectan en paralelo?. ¿Cual es la impedancia total, a esa frecuencia, si se conectan en serie?

13. - Conectada en serie con una Resistencia R_A se tiene una Bobina real B (de inductancia L_B y resistencia R_B). La alimentación es $V_S(j\omega) = 250\angle 0^\circ [\text{V}_{\text{rms}}]$ con $f = 50[\text{Hz}]$. La magnitud de la corriente I es $5 [\text{A}_{\text{rms}}]$, las magnitudes de las caídas de potencial son: en la resistencia R_A de $100[\text{V}_{\text{rms}}]$ y en la bobina B de $200[\text{V}_{\text{rms}}]$. Se pide:



13.1.- El diagrama fasorial con $V_S, I, V_{R_A}, V_B, V_{R_B}, V_{L_B}$.

13.2.- Los valores de R_A, L_B, R_B

13.3.- La potencia compleja total del circuito (P_T, Q_T, S_T)

13.4.- La potencia compleja de la bobina B ($P_B, Q_B; S_B$)

13.5.- El factor de potencia total (FDP_T) y el de la bobina (FDP_B) .

14. - Se tiene un sistema consistente en dos cargas monofásicas en paralelo, conectadas a la red domiciliaria de Chile, $220(\text{V}) / 50 (\text{Hz})$. La carga Z_1 es de $44\angle 30^\circ \text{ ohms}$ y la carga Z_2 es de $55\angle 60^\circ \text{ ohms}$. Se pide calcular:

14.1.- Las potencias complejas individuales de las cargas Z_1 y Z_2 .

14.2.- La potencia compleja y el factor de potencia del sistema de cargas.

14.3.- Especificar el componente necesario para mejorar el factor de potencia total a 0.86 en atraso.

15. - Un motor universal tiene un factor de potencia de 0,7 (en atraso), cuando consume 2 kW y está conectado a una línea de 440 V y 60 Hz. Se pide:

15.1.- Calcular el valor del condensador y su potencia reactiva para lograr un $\text{FDP} = 1.0$

15.2.- Calcular el valor del condensador y su potencia reactiva, para mejorar el Factor de Potencia a 0,9 en atraso.

15.3.- Calcule la corriente de línea, antes y después de conectar los condensadores, para los casos anteriores.

16. - Se tiene una red eléctrica monofásica, con $v_S(t) = 6000 \cos(314t) [\text{V}]$, alimentando dos impedancias conectadas en serie: $Z_1=705\angle 0^\circ [\Omega]$ y $Z_2=970\angle 90^\circ [\Omega]$. Se pide:

16.1.- Calcular la Impedancia de entrada $Z_i(j\omega)$, en forma cartesiana y polar

16.2.- Calcular la potencia compleja $S(j\omega)$, en forma polar y cartesiana

16.3.- Escribir la expresión de la potencia total instantánea $p(t)$

16.4.- Escribir la expresión de la potencia activa instantánea $p_A(t)$

16.5.- Escribir la expresión de la potencia reactiva instantánea $p_Q(t)$

16.6.- Si se quiere corregir el factor de potencia a 0,9 en atraso, especifique completamente el elemento que se debe conectar en paralelo. (Tipo, valor, potencia aparente, tensión de trabajo).

17. - Una fuente de $120 \text{ [V}_{rms}] / 60 \text{ [Hz]}$, suministra 2400 [VA] a una carga, que opera con un factor de potencia de $0,707$ en atraso. Se quiere mejorar el factor de potencia a $0,95$ en atraso, conectando un condensador en paralelo con la carga. Calcular la **capacidad** y la **potencia reactiva** del condensador necesario.

18. - Una fuente de 440 V_{rms} , alimenta a dos cargas S_1 y S_2 en paralelo. La carga S_1 absorbe 250 kW con un factor de potencia de 0.707 en atraso. La carga S_2 es un condensador de 60 kVA . Determinar:

18.1.- El fasor r.m.s. de la corriente suministrada por la fuente.

18.2.- El factor de potencia de la carga total; indique si es en atraso o en adelante.

18.3.- Dibuje un diagrama fasorial que considere las variables voltaje y corriente en cada elemento.

18.4.- Construya el diagrama $P - Q$, indicando la potencia compleja suministrada por la fuente y la potencia compleja absorbida por la carga y el condensador.

19. - Tres cargas pasivas Z_1, Z_2 y Z_3 , reciben las siguientes potencias complejas:

$$S_1 = 2 + j 3 \text{ [VA]} \text{ y } S_2 = 3 - j1 \text{ [VA]} \text{ y } S_3 = 1 + j 2 \text{ [VA]}.$$

Calcule la potencia compleja total si están conectadas:

19.1.- En serie con una fuente de tensión de $100 \angle 30^\circ \text{ [V]}$. Calcule la corriente de la fuente.

19.2.- En paralelo con una fuente de corriente de $1200 \angle -17^\circ \text{ [A]}$. Calcule la tensión de la fuente.

20. - Una fuente $V_S = 200 \angle 0^\circ \text{ [V]}$, frecuencia de 50 [Hz] , alimenta a dos impedancias, Z_1 y Z_2 en paralelo. Medidos a 50 hertz , los valores de las impedancias son: $Z_1 = 20 + j20 \text{ [\Omega]}$ y $Z_2 = 20 - j20 \text{ [\Omega]}$.

20.1.- Calcular fasor corriente y potencia compleja en la fuente y en cada impedancia.

20.2.- Repetir el problema si se cambia solamente la fuente por una $V_S = 200 \angle 30^\circ$, con frecuencia de 100 [Hz] .

20.3.- Repetir el problema si se cambia solamente la fuente por una $V_S = 400 \angle 30^\circ$, con frecuencia de 100 [Hz] .

Sistemas Trifásicos

1.- La potencia total suministrada a dos cargas trifásicas equilibradas, conectadas en paralelo, es de 12kW, con un factor de potencia en atraso de 0.8. Una de las cargas es de 10kVA con FDP de 0.8 en adelante. La segunda carga (desconocida) está conectada en delta.

Se pide, si el voltaje de línea es de 230 V. :

- 1.1.- Determinar la resistencia y la reactancia (por fase), de la carga desconocida en conexión "delta".
- 1.2.- Determinar la resistencia y la reactancia, si la carga desconocida estuviera conectada en "estrella".

2.- Un sistema trifásico balanceado y simétrico, alimenta a dos cargas equilibradas, conectadas en paralelo.

La carga "A" es una estrella, cada rama formada por $Z_1 = 2 + j 3$. La carga "B" es una delta, cada rama formada por $Z_2 = 3 - j 6$. La impedancia de la línea es $Z_L = 0,5 + j 2$.

El voltaje de fase es de 220 V. Se pide :

- 2.1.- Calcular las corrientes de línea, en módulo y ángulo.
- 2.2.- Calcular las potencias activa y reactiva totales.

3.- Tres impedancias idénticas $Z_\Delta = 3,6 + j 4,2 \Omega$ se conectan en triángulo a una fuente trifásica balanceada de 200 V r.m.s (voltaje de línea) mediante tres conductores (líneas) idénticos, cada uno con una impedancia $Z_L = 0.8 + j0.6 \Omega$. Considere V_a como referencia.

- 3.1.- Calcular las corrientes de línea.
- 3.2.- Calcular el voltaje de línea (magnitud) en los terminales de la carga.
- 3.3.- Determinar la potencia activa suministrada por la fuente trifásica.
- 3.4.- Determinar la potencia reactiva absorbida por la carga.
- 3.5.- Dibujar los diagramas fasoriales y de potencia totales

4.- Una fuente trifásica en estrella, con un voltaje de fase de 120 volts, se conecta a una carga conectada en delta constituida por impedancias $Z = 30 \angle 45^\circ$ ohms, en cada fase. V_1 es origen de fase y la secuencia es positiva. Se pide:

- 4.1.- Determinar las corrientes de fase en la carga.
- 4.2.- Determinar las corrientes de línea.
- 4.3.- Dibujar el diagrama fasorial total

5.- Resolver el problema N°4, considerando que las impedancias $Z = 30\angle 45^\circ$ ohms, en cada fase, se conectan en estrella. ¿Qué se debería hacer para mejorar el Factor de potencia a FDP = 0.9 en atraso ?

6.- Se tienen dos cargas trifásicas en paralelo, conectadas a la red trifásica : $V_1 = 220\angle 0^\circ$ (V) , $f = 50$ (Hz) .

La carga Z1 es una estrella de $44\angle 30^\circ$ ohms por fase y la carga Z2 es otra estrella de $55\angle 60^\circ$ ohms por fase. Calcular:

6.1.- Las potencias complejas individuales, por fase y totales, de las cargas Z1 y Z2 .

6.2.- La potencia compleja total y el factor de potencia total del circuito.

7.- Se tienen tres cargas monofásicas idénticas, que al operar cada una con $V = 220$ [V] demandan una potencia $P = 1$ [KW] con un FDP = 0,9 en atraso.

Se conectan en conexión delta, a un sistema trifásico. Cada una de las líneas de alimentación tiene una impedancia $Z_L = 1 + j 4$ [ohms] . Determinar las Potencias Complejas Totales en la carga, en la línea y en el generador. Repetir los cálculos considerando que se alimentan en paralelo desde un sistema monofásico .

Máquinas Eléctricas

- 1.- Una máquina actuando como generador posee los siguientes parámetros: $K= 3,33$ y el flujo en el entrehierro es $\phi= 0,01[\text{Wb}]$. ¿ Qué tensión generará al girar a $1800[\text{RPM}]$?
- 2.- Una máquina actuando como motor, posee los siguientes parámetros: $K= 3,33$ y el flujo en el entrehierro es $\phi= 0,01[\text{Wb}]$. ¿Cuál será el Torque en el eje y la Potencia desarrollada, cuando por su estator circula una corriente de 100 amperes y el eje gira a $1800[\text{RPM}]$?
- 3.- ¿ A qué velocidad debe girar un alternador sincrónico de 8 polos para producir una tensión con una frecuencia de 50Hz ? ¿ y uno de seis polos?
- 4.- Un motor monofásico, con $K=3,33$ y $\phi = 0,01[\text{Wb}]$, gira a $1800[\text{RPM}]$. La corriente del estator es de $100[\text{A}]$. Si su FDP es de 0,9 en atraso y su rendimiento es 0,95 . Calcule la tensión aplicada.
- 5.- Un generador sincrónico de seis polos produce una tensión de 100 volts cuando su rotor gira a una velocidad de 1500 revoluciones por minuto.
 - 5.1.- Calcular su velocidad para que genere 120 volts
 - 5.2.- Calcular la frecuencia de la tensión generada, y la frecuencia de giro en ambos casos.
 - 5.3.- Calcular la frecuencia de la corriente del rotor .
- 6.- Si se conoce la velocidad angular de rotación del campo magnético del estator (ω_{BS}) y la velocidad angular mecánica del rotor (ω_{MR}). ¿ Cómo se calcula la velocidad angular de la corriente en el rotor (ω_{ER}), para una máquina de inducción?
- 7.- ¿ En qué se diferencian los rotores de una máquina síncrona y una de inducción? ¿Y los estatores?
- 8.- Defina la velocidad sincrónica n_s y la velocidad de deslizamiento n_D . Explique por qué ocurre y cómo se calcula el deslizamiento s .
- 9.- En el caso de los motores eléctricos:
 - 9.1.- ¿ Cómo se define el rendimiento (η) ?
 - 9.2.- Calcule el rendimiento de un motor trifásico si se conocen los siguientes datos:
 $n_M = 1800 \text{ RPM}$; $\tau_d = 316 \text{ Nm}$; $V = 380 \text{ V}$; $I = 120 \text{ A}$; $\cos\phi = 0,8$.
- 10.- Calcule el torque desarrollado por un motor monofásico cuyos datos son:
 $V = 220 \text{ V}$; $I = 10 \text{ A}$; $\cos\phi = 0,8$; $n_M = 1800 \text{ RPM}$; $\eta = 90\%$
- 11.- Un motor de inducción trifásico, de 380 volts, 50 hertz, gira a una velocidad de 1440 RPM. Determine el número de polos, el deslizamiento y la frecuencia de la corriente en el rotor. Explique el criterio aplicado en la resolución.

12.- Explique como opera el actuador o partidor estrella-triángulo en un motor trifásico y por qué se debe bajar la tensión de alimentación de un motor de inducción durante la partida.

13.- Dibuje las curvas Torque - Velocidad de un motor de inducción típico. Dibuje y explique como debe ser la curva del torque resistente (la carga) . Indique en el gráfico el Torque de Partida y el Torque a Plena Carga .

14.- Un motor trifásico de 22 KW, con enrollados de 220V por fase, tiene un rendimiento de 91,7% y un FDP = 0,89 en atraso. Determinar:

14.1.- La configuración y la corriente por línea para usarlo en una red de 220V / 50 Hz , entre líneas.

14.2.- La configuración y la corriente por línea para usarlo en una red de 380V / 50 Hz , entre líneas.

Ejercicios Propuestos y Resueltos de Electrotecnia

Apéndices

Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar

Enrique P. Fuentes H.
Universidad de Tarapacá
Marzo 2006

Unidades y Notación

Tabla N° 1 Variables y Unidades Eléctricas Básicas

Variable Eléctrica		Unidad		
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo	Expresión equivalente
Carga	q	Coulomb	C	A·s
Flujo enlazado	λ	Weber	Wb	V·s

Tabla N° 2 Variables y Unidades Derivadas

Variable Eléctrica		Unidad		
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo	Expresión Equivalente
Corriente	I	Amperio	A	Cs ⁻¹
Tensión	v	Voltio	V	W A ⁻¹

Tabla N° 3 Variables y Parámetros de Interés

Variable o	Parámetro Eléctrico		Unidad		
	Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo	Expresión Equivalente
Var.	Energía	E	Joule	J	N·m
Var.	Potencia	P	Watt	W	J·s ⁻¹
Var.	Campo El.	E	Volt por metro	V/m	N·C ⁻¹ ·m ⁻¹
Var.	Frecuencia	f	Hertz	Hz	s ⁻¹
Par.	Capacidad	C	Farad	F	A·S·V ⁻¹
Par.	Conductancia	G	Siemens	S	A·V ⁻¹
Par.	Inductancia	L	Henry	H	Wb·A ⁻¹
Par.	Resistencia	R	Ohm	Ω	V·A ⁻¹

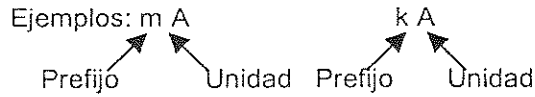
Tabla N° 4 Factores y prefijos para múltiplos y submúltiplos

Múltiplos y Submúltiplos

MULTIPLICOS			SUBMULTIPLICOS		
FACTOR	PREFIJO	SIMBOLO	FACTOR	PREFIJO	SIMBOLO
10 ¹⁸	exa	E	10 ⁻¹	deci	d
10 ¹⁵	peta	P	10 ⁻²	centi	c
10 ¹²	tera	T	10 ⁻³	mili	m
10 ⁹	giga	G	10 ⁻⁶	micro	μ
10 ⁶	mega	M	10 ⁻⁹	nano	n
10 ³	kilo	k	10 ⁻¹²	pico	p
10 ²	hecto	h	10 ⁻¹⁵	femto	f
10 ¹	deca	da	10 ⁻¹⁸	atto	a

Reglas básicas para el uso de factores y prefijos

1. El símbolo de la unidad sigue al símbolo del prefijo, sin espacio.



2. El producto de los símbolos de dos o más unidades se indica de preferencia por medio de un punto. Ejemplo: V·A , W·s
3. Cuando la unidad sea el cociente de dos unidades, se puede utilizar la barra fraccionaria oblicua (/), la barra fraccionaria horizontal o bien exponente negativo, por ejemplo:

$$A/mm^2; \frac{A}{mm^2}; A \cdot mm^{-2}$$

4. No se debe escribir, en una misma línea, más de una barra oblicua, a menos que se añadan paréntesis.

Ejemplos:

A/mm ²	✓	bien
A·mm ⁻²	✓	bien
A/mm/mm	X	mal
(Pa·s)/(kg/m ³)	✓	bien
Pa·s/kg/m ³	X	mal

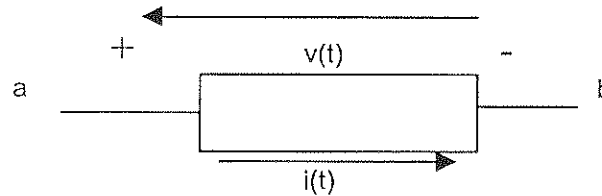
5. El exponente de una magnitud se considera combinado con el prefijo de la unidad y la unidad de medida, por ejemplo:

$$1 \text{ mV}^2 = (1\text{mV})^2 = (10^{-3} \times \text{V})^2 = 10^{-6} \text{ V}^2$$

$$1 \text{ V/cm} = (1\text{V}) / (10^{-2} \text{ m}) = 10^2 \text{ V/m}$$

Notación, Referencias y Leyes en Electrotecnia

1.- Referencia Normal



V_{ab} es (supuesto) positivo
 i_{ab} es (supuesta) positiva

2.- **Elemento pasivo:** tanto la corriente i_{ab} como la caída de tensión V_{ab} tienen el sentido de las flechas de referencia normal, por lo cual, la energía es disipada (transformada) en el elemento (consumo). (La potencia instantánea $P(t) = v(t) \cdot i(t)$ es **positiva**, se ha transferido energía al elemento)

3.- **Elemento activo:** la corriente suministrada i_{ab} y la caída de tensión V_{ab} tienen sentidos opuestos a la referencia normal (ambos **sentidos reales** apuntan igual), por lo cual, la energía es suministrada por el elemento (fuente). (La potencia $P(t) = v(t) \cdot i(t)$ es **negativa**, el elemento ha cedido energía)

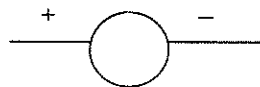
4.- **Conductor ideal:** la tensión en sus terminales es cero, independientemente de la corriente.

5.- **Conductor:** resistencia entre terminales = resistividad(ρ) · longitud (l) / sección(s)

$$R = \rho \cdot l / s$$



6.- **Fuente ideal de tensión:** La tensión en sus terminales es independiente de la corriente que circula por ella. (No tiene sentido cortocircuitar una fuente, impone dos requisitos contradictorios.)



7.- **Fuente ideal de corriente:** La corriente suministrada es independiente de la tensión en sus terminales.



8.- Ley de Ohm : $V_{ab} = i_{ab} \cdot R_{ab} \rightarrow i = v \cdot G_{ab} \quad (G_{ab} = 1 / R_{ab})$

9.- Ley de Kirchhoff para corrientes: En un nudo, siempre $\sum i_i = 0$ o bien $\sum i_{in} = \sum i_{out}$

10.- Ley de Kirchhoff para voltajes: En una trayectoria cerrada (lazo), siempre $\sum v_i = 0$

- 11.- División de corriente: Resistencias en paralelo (igual voltaje)
- 12.- División de Voltaje : Resistencias en serie (igual corriente)
- 13.- Análisis de circuitos : Nudo de referencia, voltajes de nudo y corrientes de rama
- 14.- Circuitos equivalentes : Iguales comportamientos en terminales estudiados
- 15.- Teorema de Thévenin : Todo circuito de dos terminales puede reemplazarse por una fuente de tensión E_{eq} y una resistencia en serie R_{eq} .
- 16.- Teorema de Norton : Dual de Thévenin $\rightarrow I_{eq} = E_{eq}/R_{eq}$; $G_{eq} = 1/R_{eq}$
- 17.- Métodos para encontrar circuitos equivalentes : $I_m =$ abierto ; $E_n =$ cortocircuito.
($m = 1,2,, i =$ cantidad de fuentes de corriente, $n = 1,2,,j =$ cantidad de fuentes de tensión)
- 18.- Máxima transferencia de potencia : Resistencia de carga = resistencia de fuente
- 19.- Rendimiento de transferencia (eficiencia) : $\eta = P_{out}/ P_{in}$

Conceptos Básicos

- 1.- Propiedades de la Materia, Estructura del átomo, Carga Eléctrica.
- 2.- Carga del Electrón, Unidades de Medida de Carga Eléctrica.
- 3.- Carga de 1 electrón en Coulomb = $-1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
- 4.- Carga eléctrica neta = $\sum q^+ + q^-$
- 5.- Carga neta del universo = 0 . No se puede crear carga eléctrica
- 6.- Carga puntual, útil para explicar fenómenos eléctricos
- 7.- Electrostática: fuerzas sobre cargas en reposo
- 8.- Ley de Coulomb, cuantifica fuerza F de atracción o repulsión entre cargas
- 9.- vector $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$
- 10.- ϵ_0 = permitividad del vacío = $8.85 \times 10^{-12} [\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2]$
- 11.- En el vacío : $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$
- 12.- Vector campo eléctrico E, en un punto del espacio: existe si al colocar una carga eléctrica de prueba, sobre ella actúa una fuerza de origen eléctrico.
- 13.- Magnitud del campo eléctrico originado por carga puntual Q: $E = F/q = KQ/r^2$
(Newton/Coulomb = Volt/metro)
- 14.- Diferencia de potencial: trabajo que realiza un agente externo, para mover una unidad de carga entre dos puntos. (Joule/Coulomb = Volt, $\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}\cdot\text{s}$, $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{A}\cdot\text{s}^3$)
- 15.- Punto de referencia: punto respecto de cuyo potencial se evalúan los potenciales de todos los otros puntos de interés.
- 16.- Potencial eléctrico en un punto P debido a una carga puntual Q : $V_p = KQ/r$ (Volt)
- 17.- Potencial eléctrico en un punto P por existencia de un campo eléctrico E:
- 18.- Potencial independiente de la carga de prueba
- 19.- Energía cinética transformada en calor: Efecto Joule
- 20.- Medio: sólido, líquido, gaseoso, vacío
- 21.- Intensidad de corriente $I = Q/t$; $1 \text{ A} = 1 \text{ C}/\text{seg} = 6.242 \times 10^{18} \text{ electrones}/\text{segundo}$
- 22.- Densidad de corriente $J = \text{Intensidad de corriente}/\text{área atravesada} = di/ds$

$$V = \int_P^{\infty} E \, dl$$

23.- Densidad de corriente $J = N \cdot q \cdot v$ [C/(seg·m²)] = J [A/ m²]

24.- Intensidad de corriente $I = \int_S \mathcal{J} \cdot dS = I$ [A]

25.- Movimiento de carga → existencia de fuerza electromotriz o tensión

26.- Circuito eléctrico: interconexión de elementos que forman un camino cerrado al paso de la corriente (sistema)

27.- Elemento de circuito: componente que exhibe un comportamiento eléctrico

28.- Componente activo : su modelo contiene una o más fuentes de energía

29.- Componente pasivo: su modelo no contiene fuentes de energía

30.- Parámetro circuital : característica eléctrica describe una propiedad que explica el comportamiento energético, disipativo o reactivo, de un componente. (R – L – C)

31.- Resistividad ρ : propiedad eléctrica de un material conductor → $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$

32.- Resistencia eléctrica : parámetro circuital que representa la característica disipativa de un componente o elemento de circuito (Ohm) $R = \rho \cdot \text{longitud}/\text{sección}$.

Material	ρ [$\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$]
Cobre	1/56
Aluminio	1/34
Zinc	1/16
Fierro	1/8

33.- Conductancia S : valor recíproco de la resistencia (Siemens)

34.- Conductividad χ : valor recíproco de la resistividad

35.- Efecto térmico: $R_{T_2} = R_{T_1} [1 + \alpha \cdot (T_2 - T_1)]$

36.- Fuente ideal de tensión: Tensión constante, pérdidas nulas, potencia y energía infinita.

37.- Modelo de fuente real lineal de tensión: Constituido por una fuente ideal de tensión y una resistencia en serie. (Tensión en circuito abierto y corriente en cortocircuito)

38.- Potencia : Rapidez con la cual la energía se transforma, almacena o transporta.

39.- Potencia eléctrica instantánea: $P(t) = V_{ab}(t) \cdot I(t) = V_{ab} \cdot dq/dt = dw/dt$ [Watt]

40.- Energía eléctrica : $W = \int_0^t p(t) dt$ [Joule]; 1J = 1N·m = 1W·s = 0.278 KWh

41.- Circuito eléctrico elemental : Suministro (fuente), Consumo (carga), Conexión (unión)

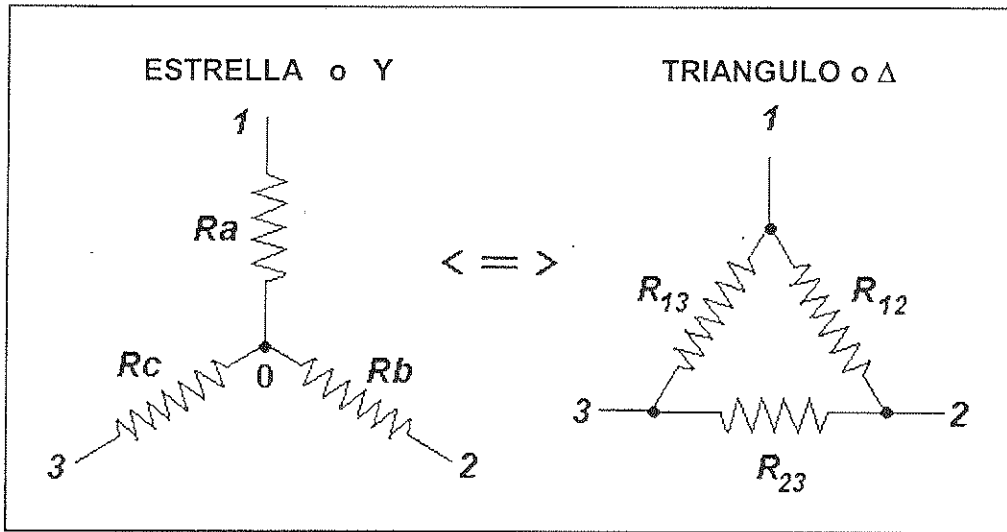
42.- Modelo de circuito: Circuito cerrado, interruptor, circuito abierto.

43.- Variables (y constantes) y parámetros eléctricos en un circuito.

44.- Múltiplos y Submúltiplos : p, n, μ, m, k, M, G, T

45.- Nomenclatura para magnitud : valor prefijo unidad, sin espacio: 1mΩ (un miliohm)

46.- Nomenclatura dimensión: unidad/unidad, $\frac{unidad}{unidad}$ o exponente : A/mm², A·mm⁻²
(Amper por milímetro cuadrado)



47.- Transformación Triángulo-Estrella (Δ - Y)

$$R_{10} = R_a = R_{31} R_{12} / (R_{12} + R_{23} + R_{31})$$

$$R_{20} = R_b = R_{32} R_{12} / (R_{12} + R_{23} + R_{31})$$

$$R_{30} = R_c = R_{32} R_{31} / (R_{12} + R_{23} + R_{31})$$

$$R_{x0} = \text{Producto de concurrentes a nudo } x / \sum \text{ de las tres}$$

48.- Transformación Estrella - Triángulo (Y - Δ)

$$R_{13} = (R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c) / R_b$$

$$R_{12} = (R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c) / R_c$$

$$R_{23} = (R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c) / R_a$$

$$R_{kj} = \sum \text{Producto de dos en dos} / \text{Opuesta}$$

49.- Método de Mallas

$$\sum \text{Caídas de tensión} = \sum \text{Tensiones de fuente para cada lazo}$$

- Preparar el modelo (Designar nudos, elementos, reducir)
- Asignar corrientes de malla (lazo)
- Plantear Kirchhoff de voltajes en el sentido de la corriente de cada lazo
- Resolver sistema de ecuaciones
- Calcular corrientes de rama

50.- Método de Nudos

Σ Corrientes que llegan = Σ Corrientes que salen para cada nudo

- Preparar el modelo (Designar nudos, elementos, reducir)
- Asignar voltajes de nudo respecto a nudo de referencia.
- Plantear Kirchhoff de corriente en el sentido de voltajes de cada nudo.
- Resolver sistema de ecuaciones
- Calcular voltajes de rama

Sistemas Corriente Alterna Monofásicos

- 1.- Valor RMS de la señal $f(t)$ $= V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) \cdot dt}$
- 2.- Valor medio (V_{av}) de la señal $f(t) = V_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot dt$
- 3.- Identidad de Euler: $e^{j\phi} = \cos\phi + j \operatorname{sen}\phi$; $e^{-j\phi} = \cos\phi - j \operatorname{sen}\phi$
- 4.- Forma cartesiana : $A \cos\phi + A j \operatorname{sen}\phi = A \cdot e^{j\phi}$
- 5.- Forma polar : $A \angle \phi = A \cdot e^{j\phi}$; $A \angle (\omega t + \phi) = A \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\phi}$
- 6.- Valor eficaz o RMS de $A \operatorname{sen} \omega t = A / \sqrt{2}$ ($\omega T = 2\pi$; $f = 1/T$ Hertz)
- 7.- Impedancia de inductancia pura $Z_L = j\omega L$ (Ω) (L en Henry, $\omega = 2\pi f$)
- 8.- Impedancia de capacitancia pura $Z_C = 1 / j\omega C$ (Ω) = $-j / \omega C$ (Ω) (C en Farad, $\omega = 2\pi f$)
- 9.- Módulo de Impedancia Serie $= \sqrt{R^2 + X^2}$ (Ω) ($X = X_L - X_C$, $X_L = 2\pi fL$, $X_C = 1/2\pi fC$)
- 10.- Angulo de Impedancia $= \operatorname{Arctg}(X/R)$ [Observar cuadrante correcto]
- 11.- $\cos^2(\phi + \delta) = \frac{1}{2} (1 + \cos 2(\phi + \delta))$
- 12.- $\cos(\omega t - \pi/2) = \operatorname{sen}(\omega t)$; $\cos(\omega t + \pi/2) = -\operatorname{sen}(\omega t)$
- 13.- $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$
- 14.- $p_R(t) = v_R(t) \cdot i_R(t) = V_m \cos(\omega t + \delta) \cdot I_m \cos(\omega t + \delta)$; $I_m = V_m/R$
- 15.- $V_m \cdot I_m \cos^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \{1 + \cos [1 + 2(\omega t + \delta)]\} = \frac{1}{2} (V_m^2/R) \{1 + \cos [2(\omega t + \delta)]\}$

$$16.- P_R = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_R(\theta) \cdot d\theta = V^2 / R \quad (W)$$

$$17.- p_L(t) = v_L(t) \cdot i_L(t) = V_m \cos(\omega t + \delta) \cdot I_m \cos(\omega t + \delta - \pi/2) = V_m \cos(\omega t + \delta) \cdot I_m \sin(\omega t + \delta)$$

$$18.- p_L(t) = V_L I_L \sin\{2(\omega t + \delta)\}; I_m = V_m / X_L; V_L = V_m / \sqrt{2}; I_L = I_m / \sqrt{2}$$

$$19.- P_L = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_L(\theta) \cdot d\theta = 0 \quad (W) \quad [p_L(t) \text{ Doble frecuencia, valor medio cero}]$$

$$20.- p_C(t) = v_C(t) \cdot i_C(t) = V_m \cos(\omega t + \delta) \cdot I_m \cos(\omega t + \delta + \pi/2) = V_m \cos(\omega t + \delta) \cdot I_m \{-\sin(\omega t + \delta)\}$$

$$21.- p_C(t) = -V_C I_C \sin\{2(\omega t + \delta)\}; I_m = V_m / X_C; V_C = V_m / \sqrt{2}; I_C = I_m / \sqrt{2}$$

$$22.- P_C = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_C(\theta) \cdot d\theta = 0 \quad (W) \quad [p_C(t) \text{ Doble frecuencia, valor medio cero}]$$

$$23.- p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_m \cos(\omega t + \delta) \cdot I_m \cos(\omega t + \beta)$$

$$24.- I_R = I \cdot \cos(\delta - \beta); \text{ valor eficaz de la componente de la corriente en fase con la tensión}$$

$$25.- I_x = I \cdot \sin(\delta - \beta); \text{ valor eficaz de la componente de la corriente en cuadratura con la tensión}$$

$$26.- p(t) = V \cdot I_R \{1 + \cos\{2(\omega t + \delta)\}\} + V \cdot I_x \{\sin\{2(\omega t + \delta)\}\} = p_R(t) + p_x(t)$$

$$27.- P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = V \cdot I_R = V \cdot I \cos(\delta - \beta) = VI \cos \varphi \quad (W)$$

Potencia compleja

$$1.- P_{real} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = V \cdot I_R = V \cdot I \cos(\delta - \beta) = P = VI \cos \varphi \quad (W)$$

$$2.- P_{reactiva} = V \cdot I_x = V \cdot I \sin(\delta - \beta) = Q = VI \sin \varphi \quad (VAR)$$

$$3.- \text{Potencia Compleja} = \mathbf{S} = \mathbf{P} + j\mathbf{Q} = VI \cos \varphi + jVI \sin \varphi \quad (VA)$$

$$4.- \text{Potencia Aparente} = V \cdot I = |\mathbf{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (VA)$$

5.- Cuadro resumen potencia compleja

Elemento	Potencia	Absorbida	
Resistencia : S_R	$= V I_R^*$ $= V^2/R$	$= R I^2$	$P = R I^2$ (W) $Q = 0$ (VAR)
Inductor : S_L	$= V I_L^*$ $= +jV^2/X_L$	$= +j X_L I^2$	$P = 0$ (W) $Q = X_L I^2$ (VAR)
Capacitor : S_C	$= V I_C^*$ $= -jV^2/X_C$	$= -j X_C I^2$	$P = 0$ (W) $Q = - X_C I^2$ (VAR)

Sistemas Polifásicos

- 1.- Sistema Simétrico y Balanceado: $\sum V_i = 0$
- 2.- Sistema Equilibrado: $\sum I_i = 0$
- 3.- Conexión estrella (Caso trifásico : Y)
- 4.- Conexión polígono (Caso trifásico: Δ o triángulo)
- 5.- Secuencia de fases , representación física
- 6.- Diagrama fasorial fuente trifásica en conexión Y
- 7.- Nomenclatura V_F , I_F , V_L , I_L
- 8.- $V_L = \sqrt{3} V_F$
- 9.- Potencia Total Sistema Equilibrado: $S_T = S_1 + S_2 + S_3 = 3P_F + j3Q_F$
- 10.- $\cos \varphi_T = \cos \varphi_F$
- 11.- $\cos \varphi_T$ Sistema No Equilibrado = $(P_1 + P_2 + P_3) / \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$

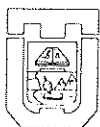
Ejercicios Propuestos y Resueltos de Electrotecnia

Programa de Asignatura

Curso IE-116 Electrotecnia

Copia Preliminar

Enrique P. Fuentes
Universidad de Tarapacá
Marzo 2006



FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA
UNIVERSIDAD DE TARAPACÁ

MARZO 2006

PROGRAMA DE ASIGNATURA

I. IDENTIFICACIÓN	
NOMBRE ALUMNO :	
SEMESTRE CURRICULAR : Tercer	PLAN DE ESTUDIOS : AÑO 95
ASIGNATURA :	ELECTROTECNIA
CÓDIGO :	IE- 116
HORAS SEMANALES :	Seis (6,0,0)
PRE-REQUISITOS :	Algebra II y Cálculo II
CO-REQUISITOS :	
CARRERA :	Ingeniería Plan Común/ Ingeniería Civil/ Ejecución Eléctrica/ Electrónica
PROFESORES :	Enrique Fuentes Heinrich / Juan Luis Espinoza Valledor
AYUDANTE :	
SEMESTRE ACADÉMICO :	Primer Semestre 2006
II. OBJETIVOS GENERALES	
Al finalizar el curso el alumno será capaz de:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Describir algunos conceptos y antecedentes de sistemas eléctricos. 2. Describir y/o modelar los componentes básicos que interactúan en una red eléctrica. 3. Analizar y resolver problemas simples de redes eléctricas, empleando técnicas básicas de análisis. 4. Describir los principios de funcionamiento y aplicaciones de las máquinas eléctricas fundamentales. 	
III. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	
Aprobada la asignatura, el alumno será capaz de:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Describir en términos generales el funcionamiento de un sistema eléctrico. 2. Explicar los fundamentos básicos de la electricidad. 3. Aplicar leyes de Ohm y Kirchhoff a circuitos simples. 4. Resolver problemas mediante la aplicación de los métodos de mallas y nudos. 5. Resolver problemas simples de redes trifásicas equilibradas. 6. Explicar el principio de funcionamiento de las máquinas eléctricas fundamentales. 	

IV. CONTENIDO PROGRAMÁTICO

1. Fundamentos de Sistemas Eléctricos

- 1.1. Conceptos de electrostática y magnetostática
- 1.2. Campo eléctrico
- 1.3. Potencial y diferencia de potencial
- 1.4. Corriente eléctrica y campo magnético
- 1.5. Densidad de corriente
- 1.6. Potencia y energía
- 1.7. Sistemas de unidades de variables eléctricas

2. Circuitos de Corriente Continua

- 2.1. Concepto de circuito eléctrico
- 2.2. Partes constitutivas de un circuito eléctrico
- 2.3. Fuerza electromotriz, caída de voltaje y potencia
- 2.4. Ley de Ohm
- 2.5. Resistencia eléctrica de conductores, resistividad, conductividad, conductancia
- 2.6. Ley de Joule
- 2.7. Conexión de resistencias serie - paralelo, transformación triángulo - estrella.
- 2.8. Leyes de Kirchhoff
- 2.9. Concepto de caída y aumento de tensión.
- 2.10. Transformación de fuentes, Thevenin y Norton
- 2.11. Métodos de mallas y de nudos

3. Circuito de Corriente Alterna Monofásico.

- 3.1. Introducción al análisis de señales: modelos gráficos y matemáticos de señales típicas, periodicidad, frecuencia, valor máximo y mínimo, valor instantáneo, valor medio y efectivo.
- 3.2. Concepto de señal periódica alterna, corriente alterna, redes de corriente alterna.
- 3.3. Operaciones aritméticas con números complejos en las representaciones rectangular, exponencial y polar.
- 3.4. Concepto de fasor.
- 3.5. Elementos de circuitos: fenómeno físico, modelo esquemático y matemático de la resistencia, bobina y condensador.
- 3.6. Concepto de régimen transiente y permanente.
- 3.7. Régimen permanente de redes eléctricas: método fasorial, relaciones voltaje corriente de los parámetros R-L-C, impedancia y admitancia compleja, reactancia y susceptancia, Ley de Ohm y de Kirchhoff en el dominio de la frecuencia ω , desfase angular y diagramas fasoriales.
- 3.8. Potencia en circuitos de corriente alterna en régimen permanente: potencia instantánea, potencia media y reactiva, significado físico de P y Q, potencia compleja y aparente, factor de potencia y su mejoramiento.

<p>4. Circuitos Trifásicos Equilibrados.</p> <p>4.1. Voltajes trifásicos balanceados y secuencia de las fases. 4.2. Fuente de voltaje trifásico: potencia activa, reactiva, compleja y aparente.</p> <p>5. Transformadores Monofásicos.</p> <p>5.1. Concepto de transformador. 5.2. Finalidad del uso del transformador en un sistema eléctrico. 5.3. Algunos aspectos constructivos. 5.4. El transformador ideal. 5.5. Placa característica.</p> <p>6. Motores de Inducción Trifásicos.</p> <p>6.1. Algunos aspectos constructivos. 6.2. Principio de funcionamiento. 6.3. Característica torque - velocidad de los motores que se ofrecen en el mercado. 6.4. Comentarios sobre el arranque de los motores de inducción e inversión del sentido del giro. 6.5. Placa característica.</p> <p>7. Máquinas de Corriente Continua.</p> <p>7.1. Algunos aspectos constructivos. 7.2. Principio de funcionamiento. 7.3. Placa característica.</p> <p>8. Máquinas Síncronas.</p> <p>8.1. Algunos aspectos constructivos e importancia de la máquina síncrona. 8.2. Principio de funcionamiento de motores y generadores. 8.3. Placa característica.</p>
<p>V. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE</p>
<p>Clases expositivas por el profesor de cátedra, con ejercicios a desarrollar por los alumnos y apoyo de sesiones de ayudantía.</p>
<p>VI. SISTEMA DE EVALUACIÓN</p>
<p>La asignatura se evaluará mediante tres pruebas, tareas y controles periódicos, con las siguientes ponderaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Promedio de tres pruebas (igual ponderación c/u) = 75% de la nota final • Promedio de tareas y controles periódicos = 25% de la nota final • Prueba Optativa (promedio semestre representa un 60% de la nota final) = 40% de la nota final

VII. BIBLIOGRAFÍA

1. E.Fuentes, I.Harnisch, J.L.Espinoza, "Texto Guía para el Curso de Electrotecnia, Plan Común de Ingeniería", Facultad de Ingeniería, UTA, 2004.
2. E.Fuentes, "Ejercicios Propuestos y Resueltos – Curso de Electrotecnia", Facultad de Ingeniería, UTA, 2006
3. F.W. Sears, "Electricidad y Magnetismo". Aguilar, España.
4. Castejón y G. Santamaría, "Tecnología Eléctrica". McGraw-Hill, España.
5. W.H. Hayt y J.E. Kemmerly, "Análisis de Circuitos en Ingeniería", McGraw-Hill, México, 1975.
6. C.K.Alexander & M.N.O.Sadiku, "Circuitos Eléctricos", McGraw-Hill, 2002, ISBN 970-10-3457-0
7. S.J. Chapman, "Máquinas Eléctricas", McGraw-Hill, Colombia, 1987.
8. Ralf J. Smith, " Circuitos, dispositivos y sistemas"
9. William H. Roadstrum, Dan H. Wolaver, "Electrical Engineering for all Engineers", John Wiley & Sons, Inc., 2nd Edition, 1994.
10. McPherson, George, "An introduction to electrical machines and transformers", J. Wiley & Sons, Inc., 1981.
11. Salcedo C., José M. & López Galván, Jesús,"Análisis de circuitos eléctricos lineales, Problemas resueltos", Addison-Wesley Iberoamericana, U. de Málaga, 1995, ISBN 0-201-62577-6
12. Johnson, David E. & Hilburn, John L. & otros, " Análisis básico de Circuitos Eléctricos", Prentice Hall, 5ª Edición, 1996, ISBN 0-13-059759-7
13. Boylestad, Robert L., "Introductory Circuit Analysis", Maxwell Macmillan International, 7ª Edición, 1994, ISBN 0-02-313161-6

INSTRUCCIONES COMPLEMENTARIAS

1.- Evaluación de pruebas y controles

1.1.- Asistencia a pruebas y controles es obligatoria y deben ser rendidos en la sala correspondiente al profesor con el cual se inscribe el alumno al comienzo del semestre.

1.2.- La ejecución de pruebas y controles será en hojas blancas, tamaño oficio, las que serán provistas por los alumnos. No se aceptará trabajos en hojas arrancadas, con cortes irregulares o membretes.

2.- Inasistencias

2.1.- Las inasistencias a pruebas sólo podran ser justificadas mediante autorización de la Jefatura de Carrera correspondiente. Es responsabilidad del alumno que haga uso de justificación informarse personalmente con el profesor respectivo acerca de la fecha y lugar de la recuperación.

2.2.- Las inasistencias a controles no seran recuperables. Al finalizar el semestre se eliminará, al menos, la peor de las notas obtenida en controles.

3.- Atención de consultas de alumnos

3.1- El lugar de atención personal a los alumnos fuera de horario de clases será en la oficina del profesor correspondiente y en los horarios que se establezcan y anuncien en las respectivas oficinas.

Planificación del Curso IE-116 Electrotecnia

Fecha	Sesión	Materia
		Presentación: programa - evaluación - bibliografía - recomendaciones.
	1	Fundamentos-1 : carga eléctrica, campo, potencial, voltaje.
	2	Fundamentos -2 :corriente, trabajo, energía, potencia. Unidades.
	3	Continua - 1:definiciones: malla, nudo, ley de Ohm. Resistencia.
	4	Continua- 2 : leyes de Kirchhoff. Circuito serie y paralelo. Resist. Equiv.
	5	Continua- 3 : fuentes ideales, reales. Transf. de fuentes. Fuent. Control.
	6	Continua- 4 : fuentes, interconexión, anulación. Protecciones.
	7	Continua- 5 : ecuaciones. Método de mallas. Ejercicios
	8	Continua- 6 : ecuaciones. Método de nudos. Ejercicios.
	9	Continua- 7 : ecuaciones. Ejercicios. Transf. estrella-triángulo. Divisores.
	10	Continua- 8 : ejercicios de Corriente Continua.
	11	Continua- 9 : ejercicios de Corriente Continua.
	12	Continua-10 : aplicaciones
	13	Continua-11 : aplicaciones
	14	Alterna - 1 : señales: t, f , ω , fase. Valores: máximo, medio, rms
	15	Alterna - 2 : números complejos. Fasores.
	16	Alterna - 3 : fasores. Impedancia y admitancia. Gráficos
	17	Alterna - 4 : el condensador: Modelo. Ecuaciones. Unidades
	18	Alterna - 5 : la bobina: Modelo. Ecuaciones. Unidades
	19	Alterna - 6 : ejercicios de Corriente Alterna : r, l, c. (fasoriales)
	20	Alterna - 7 : resonancia serie y paralelo.
	21	Alterna - 8 : ejercicios : r-l-c-serie y r-l-c-paralelo
	22	Alterna - 9 : potencia: expresión temporal. Ejercicios.
	23	Alterna -10 : potencia compleja. Factor de potencia. Gráficos.
	24	Alterna -11 : potencia compleja. . Ejercicios. Mejoramiento del f. de p.
	25	Alterna -12 : ejercicios. Cálculos gráficos
	26	Trifásicos-1 . Objetivos. Conceptos. Configuraciones. Gráficos.
	27	Trifásicos-2 : redes equilibradas en estrella y en triángulo. Relaciones
	28	Trifásicos-3 : ejercicios. Solución de circuitos. Uso de gráficos.
	29	Transformador-1. Ley de Faraday. Ecuaciones. Polaridad.ejercicios.
	30	Transformador-2. Ejercicios reflejando al primario y al secundario.
	31	Transformador-3. Ejercicios. Usos. Placa característica.
	32	Máquinas-1. La inducción. Relación fuerza-voltaje (motor-generator)
	33	Máquinas-2. Maq. De continua y de alterna (sincronas y asincronas)
	34	Máquinas-3. Motor de continua y motor de inducción
	35	Máquinas-4. Ejercicios. Accionamiento estrella-triángulo.
	36	Ejercicios , controles y tareas.
	37	Ejercicios, controles y tareas.
	38	Ejercicios y aplicaciones